

Матрица 1. Дадено: матрица:

— Узагальнимо з $\mathbb{R}^2$ на $\mathbb{R}^d$:

Після навчання паралелелепипеда, можна додати $h(a_1, b_1, \dots, a_d, b_d) = 1 [a_1, b_1] \times \dots \times [a_d, b_d] : x = (x^1, \dots, x^d)$



$\mapsto \begin{cases} 1, & x^i \in [a_i, b_i] \forall i \\ 0 & \text{if imm. var.} \end{cases}$ Група реалізовності

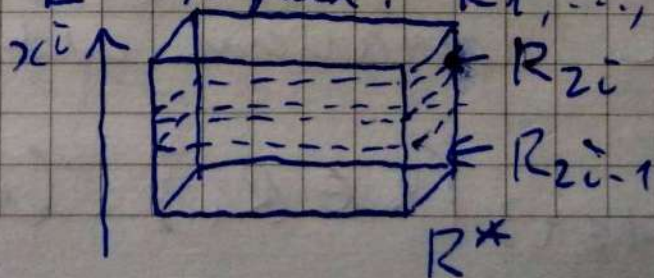
означає, що $\exists$ парал. $R^* = [a_1^*, b_1^*] \times \dots \times [a_d^*, b_d^*]$, що містить найменше усі "+" і не містить найменше усі "-"

Алгоритм: Будемо найменший паралелелепипед, що $\exists$ усі точки S , можна з $a_i = \min_{\substack{j=1, \dots, m \\ y_j^i=1}} x_j^i, b_i = \max_{\substack{j=1, \dots, m \\ y_j^i=1}} x_j^i \forall i$

(як завжди, $S = \{(x_j, y_j)\}_{j=1}^m$). Зокрема, $\text{box} \subset R^*$ (зі см. 1).

Оцінка: як-то до $d=2 \forall \epsilon > 0$ за константною кількістю "відвідує" box R^* парал. $R_1, \dots, R_{2d} : \mathcal{D}(R_i) = \frac{\epsilon}{2d}$

зверху і знизу:



Пусть дано $d=2$. С минимумах хотя δ одна "+" в
 $\forall R_i \Rightarrow L_{D,f}(h_S) \leq \sum_{i=1}^{2d} D(R_i) = \varepsilon$. Тогда
 $D^m(\{S \mid L_{D,f}(h_S) > \varepsilon\}) \leq \sum_{i=1}^{2d} D^m((X \setminus R_i) \times \dots \times (X \setminus R_i)) =$
 $= 2d \left(1 - \frac{\varepsilon}{2d}\right)^m < 2d e^{-\frac{\varepsilon}{2d} m}$, отсюда при $m \geq \frac{2d}{\varepsilon} \ln \frac{2d}{\delta}$
 $\eta \leq \delta$. Все $\bar{u}$ где PAC набраним где $m_{\eta, \text{PAC}}(\varepsilon, \delta) \geq$
 $\lceil \frac{2d}{\varepsilon} \ln \frac{2d}{\delta} \rceil$.

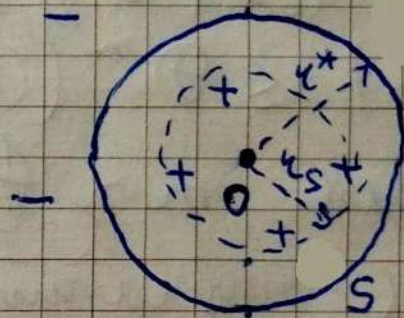
— Ограничим час базиса на аттрибутом

Пусть d — количество признаков $\leq m$ точек, i у каждой d координат.
 Пусть час $O(md) = \lceil \text{для данных } \varepsilon, \delta \text{ берем } m = m_{\eta}(\varepsilon, \delta) \rceil =$
 $= O\left(\frac{2d^2}{\varepsilon} \ln \frac{2d}{\delta}\right)$ — максимум. За d (см. ≤ 3), $\frac{1}{\varepsilon}$, $\ln \frac{1}{\delta}$.
 $\frac{2d^2}{\varepsilon} \left(\ln 2 + \ln d + \ln \frac{1}{\delta} \right)$

2. Рассмотрим PAC набраним где класс K в $\mathbb{R}^2$:

$K = \{h_u = 1_{\{|x| \leq u\}} \mid u \in \mathbb{R}_+\}$ (мы $\mathcal{Y} = \{0, 1\}$):

Реалізованість означає, що $\exists$ коло радіуса χ^* , що містить найменше усі "+" і не містить найменше усі "-".



Тому це так і для $\forall S = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^m$ (зі ім. 1 без "найменше") Дісно як для прямокутників.

- Алгоритм: обираємо коло найменшого радіуса, що містить усі "+" $\chi_S = \max_{\substack{i=1, m \\ y_i=1}} \chi_i$ (де $\chi_i = |x_i| =$

$= \sqrt{\sum_{j=1}^d (x_{ij})^2}$; звичайно, при реалізації треба порівнювати χ_i^2). За побудовою, $L_S(h_S) = 0$.

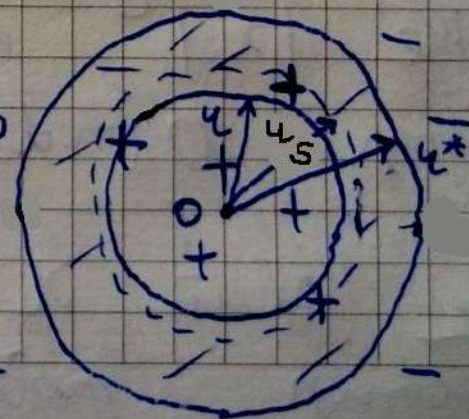
- Оцінка: $\forall \epsilon \in (0, 1)$ нехай χ таке, що міра кількості

$$\mathcal{Q}(\{x \mid \chi \leq |x| \leq \chi^*\}) = \epsilon.$$

Тоді у $S \exists$ "+" у цьому кільці $\Rightarrow \Rightarrow$

$$L_{\mathcal{Q}, f}(h_S) = \mathcal{Q}(\{x \mid \chi_S \leq |x| \leq \chi^*\}) \leq$$

$$\leq (\text{монот}) \leq \mathcal{Q}(\{x \mid \chi \leq |x| \leq \chi^*\}) = \epsilon,$$



тому $\mathbb{D}^m(\{S \mid L_{\mathcal{D}} f(h_S) > \epsilon\}) = \mathbb{D}^m(\{S \mid \forall i: y_i = 1 \mid x_i| < \epsilon\}) \leq \mathbb{D}^m((\mathbb{R}^2 \setminus \{x \mid \epsilon \leq |x| \leq \epsilon^*\})^m) = (1 - \epsilon)^m < e^{-m\epsilon}$,

тому для $m \geq \frac{1}{\epsilon} \ln \frac{1}{\delta}$ це $\leq \delta$, що й потрібно:

клас PAC навчання для $m_{\mathcal{H}} \geq \lceil \frac{1}{\epsilon} \ln \frac{1}{\delta} \rceil$ і описано ад.

- Що буде у доведенні вартісності? Це написано залишається вивчити, тому звідки $m_{\mathcal{H}}$ та ϵ (не залежить від d). Справа у тому, що алгоритм використовує 1 параметр (відстань до 0) для визначення міток, а не d , як для паралелелінеарів.

- Що з часом виконання?

Тільки само $O(md)$: для $\leq m$ точок порівняно м'якше $|x_i|^2$, але для цього треба збільшити d до двох разів.

Тепер $O(md) = O(\frac{d}{\epsilon} \ln \frac{1}{\delta})$.

- 2/3 Нехай $\mathcal{X} = \{x_i\}_{i=1}^n$ - дискретний імовірнісний простір, тоді $\mathbb{D}(\{x_i\}) = P_i > 0 \forall i, i \sum_i P_i = 1$,

$Y = \{0, 1\}$. Клас $\mathcal{K}$ складається з "синхронних" і "асинхронних" $h_x = 1_{\{x\}} : Y \mapsto \begin{cases} 1, & y=x \\ 0, & y \neq x \end{cases}$ та "негативної" $h^- \equiv 0$. Показати, що $\mathcal{K}$ P-АС повнотан у "звичайному" сенсі (з припущенням реалізованості), оцінити $m_{\mathcal{K}}$ та описати алгоритм.

Питання $|\mathcal{K}| = n+1$, тобто можемо використати Сен. для скінч. класів: $m_{\mathcal{K}} \geq \left\lceil \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{n+1}{\delta} \right\rceil$. Потрібно знайти грану оцінку для цього випадку і авно описати алгоритм.