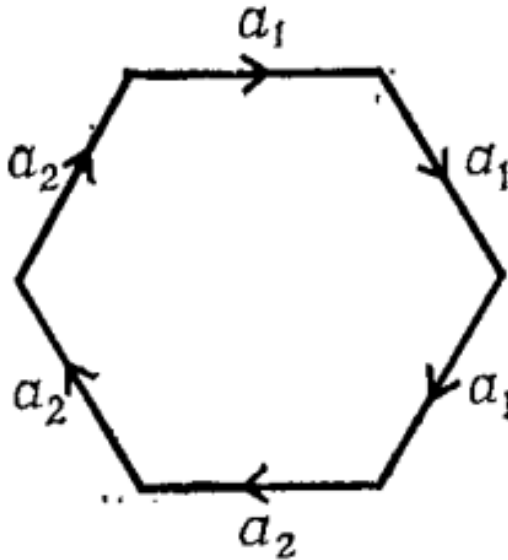


Домашнє завдання до заняття 13.05.25

(номери задач дані за книгою Косньювскі, якщо не вказане інше)

- (24.4) (d) За допомогою теореми Зейферта – ван Кампена знайти фундаментальну групу букета двох двовимірних торів $T^2 \vee T^2$. Підказка: використати існування у спільної точки букета стяжного відкритого околу в кожному з торів.
- (24.4) (g, перша частина) Нехай простір X має вигляд $U \cup V$, де U і V відкриті та лінійно зв'язні, а перетин $U \cap V$ непорожній та лінійно зв'язний. Довести, що якщо крім цього V однозв'язна, то для будь-якої $x \in U \cap V$ індукований відображенням включення $i_U: U \rightarrow X$ гомоморфізм $i_{U*}: \pi_1(U, x) \rightarrow \pi_1(X, x)$ сюр'єктивний (є епіморфізмом).
- (25.1) (f) Обчислити фундаментальну групу факторпростору з розгорткою



Додаткові задачі (не оцінюються)

- (20.7) (b) Нехай група $\mathbb{Z}_n$ діє на S^3 як у означенні лінзового простору (приклад 7.7 лекцій), а на S^1 – обертаннями (приклад 7.6 лекцій). Показати, що не існує неперервного $\mathbb{Z}_n$ -еквіваріантного відображення $\varphi: S^3 \rightarrow S^1$, тобто такого, що $\varphi([k] \cdot x) = [k] \cdot \varphi(x)$ для будь-яких $x \in S^3$ і $[k] \in \mathbb{Z}_n$. Підказка: діяти аналогічно до доведення теореми Борсука – Улама.
- (24.4) (g, друга частина) Нехай простір X має вигляд $U \cup V$, де U і V відкриті та лінійно зв'язні, а перетин $U \cap V$ непорожній та лінійно зв'язний. Довести, що якщо крім цього V однозв'язна, то для будь-якої $x \in U \cap V$ ядром індукованого відображення включення $i_U: U \rightarrow X$ гомоморфізма $i_{U*}: \pi_1(U, x) \rightarrow \pi_1(X, x)$ є найменша за включенням нормальна підгрупа $\pi_1(U, x)$, що містить образ $i_{UV*}(\pi_1(U \cap V, x))$, де гомоморфізм $i_{UV*}: \pi_1(U \cap V, x) \rightarrow \pi_1(U, x)$ індукований відображенням включення $i_{UV}: U \cap V \rightarrow U$.

(В., 37.7х) Нехай для неперервного відображення $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ існує таке $C \geq 0$, що евклідова відстань $|\varphi(x) - x| \leq C$ для усіх x . Довести, що тоді φ сюр'єктивне. Чи вірно це у довільній вимірності? Підказка: використати твердження задачі 37.Кх.