

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 1

1. Знайти натуральне рівняння кривої $r(t) = a\{2 \cos t + \cos 2t, 2 \sin t + \sin 2t\}$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці параболічного циліндра

$$r(u, v) = (2p u^2, 2p u, v).$$

3. Знайти площу області $v \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ на сфері

$$r(u, v) = R(\cos u \cos v, \sin u \cos v, \sin v).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 2

1. Знайти обгортки сімейства кривих $y = ax + \cos a$ з параметром a .
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці параболоїда обертання

$$r(u, v) = (u \cos v, u^2, u \sin v).$$

3. Знайти косинус кута між лініями $u + v = 0$ і $u - v = 0$ на сфері

$$r(u, v) = R(\cos u \cos v, \sin u \cos v, \sin v).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 3

1. Знайти параметричне рівняння кривої за її натуральним рівнянням $R = a \cos \alpha$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці гіперболічного циліндра

$$r(u, v) = (a \operatorname{ch} u, b \operatorname{sh} u, v).$$

3. Знайти косинус кута між лініями $u = \frac{\pi}{4}$ і $u + v = 0$ на еліптичному циліндрі

$$r(u, v) = (a \cos u, b \sin u, v).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 4

1. Знайти рівняння еволюти кривої $y = \ln x$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у точці $(0, -1, 1)$ поверхні

$$r(u, v) = \left(\frac{u}{u^2 + v^2}, \frac{v}{u^2 + v^2}, \frac{1}{u^2 + v^2} \right).$$

3. Знайти косинус кута між лініями $u + v = 2$ і $u - v = 0$ на параболічному циліндрі

$$r(u, v) = (2p u^2, 2p u, v).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 5

1. Знайти обгортки сімейства кривих $y = 2mx + m^4$ з параметром m .
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці циліндричної поверхні, твірні якої паралельні осі Oz , а напрямна задана рівняннями

$$x = f(u), \quad y = g(u), \quad z = 0.$$

3. Знайти площу області $u \in (0, a)$ на катеноїді

$$r(u, v) = (\operatorname{ch} u \cos v, \operatorname{ch} u \sin v, u).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 6

1. Знайти рівняння еволюти кривої $y = \operatorname{sh} x$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці поверхні дотичних кривої

$$x = a \operatorname{ch} u, \quad y = a \operatorname{sh} u, \quad z = bu.$$

3. Знайти площу області $u \in (a, b)$ на круговому циліндрі

$$r(u, v) = (R \cos v, R \sin v, u).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 7

1. Знайти параметричне рівняння кривої за її натуральним рівнянням $R = a \cos^{-2} \alpha$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці гіперболічного циліндра

$$r(u, v) = \left(\frac{a}{2} \left(u + \frac{1}{u} \right), \frac{b}{2} \left(u - \frac{1}{u} \right), v \right).$$

3. Знайти косинус кута між лініями $u = -v^3$ і $u + v = 0$ на поверхні

$$r(u, v) = (u - v, u + v, uv).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 8

1. Знайти рівняння еволюти циклоїди $r(t) = a\{t - \sin t, 1 - \cos t\}$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці поверхні обертання кривої

$$x = a \left(\ln \operatorname{tg} \frac{u}{2} + \cos u \right), \quad y = a \sin u, \quad z = 0$$

навколо осі Ox .

3. Знайти косинус кута між лініями $u^2 = v$ і $u + v = 0$ на еліпсоїді обертання

$$r(u, v) = (a \cos u \cos v, a \cos u \sin v, c \sin u).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 9

1. Знайти параметричне рівняння кривої за її натуральним рівнянням $s = a \sin \alpha$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці конічної поверхні з вершиною $M(0, 0, 0)$ і напрямною, що задана рівняннями
$$x = u, y = u^2, z = u^3.$$
3. Знайти площу області $x \in (-1, 1), y \in (-1, 1)$ на поверхні $z = x - y^2$.

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 10

1. Знайти рівняння еволюти ланцюгової лінії $y = a \operatorname{ch}(x/a)$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці циліндричної поверхні, твірні якої паралельні вектору $a(1, 1, 1)$, а напрямна задана рівняннями

$$x = u, y = u^3, z = u^5.$$

3. Знайти площу тора

$$r(u, v) = ((a + b \cos v) \cos u, (a + b \cos v) \sin u, b \sin v),$$

де $0 < b < a$.

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 11

1. Знайти параметричне рівняння кривої за її натуральним рівнянням $R = \frac{a}{\cos \alpha}$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці гіперболічного параболоїда

$$r(u, v) = (\sqrt{p}(u + v), \sqrt{q}(u - v), 2uv).$$

3. Знайти косинус кута між лініями $u + v = 2$ і $u^2 = v$ на еліптичному параболоїді

$$r(u, v) = (\sqrt{2p}u \cos v, \sqrt{2q}u \sin v, u^2).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 12

1. Знайти обгортки сімейства кривих $(x - c)^2 + y^2 = c^2/2$ з параметром c .
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці поверхні головних нормалей кривої

$$x = a \operatorname{ch} u, y = a \operatorname{sh} u, z = bu.$$

3. Знайти косинус кута між лініями $u = v^2$ і $u - v = 0$ на циліндричній поверхні з напрямною

$$x = \cos u, y = \sin u, z = 0,$$

твірні якої паралельні вектору $a(-1, 3, -2)$.

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 13

1. Знайти параметричне рівняння кривої за її натуральним рівнянням $R = ae^\alpha$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у точці $(a, 0, 0)$ поверхні

$$r(u, v) = \left(\frac{a(uv + 1)}{u + v}, \frac{b(u - v)}{u + v}, \frac{c(uv - 1)}{u + v} \right).$$

3. Знайти площу області $u \in (0, a)$, $v \in (b, c)$ на параболічному циліндрі

$$r(u, v) = (2pu, 2pu^2, v).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 14

1. Знайти рівняння еволюти спіралі Архімеда $\rho = a\varphi$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці параболічного циліндра

$$r(u, v) = (2pu, 2pu^2, v).$$

3. Знайти площу області $v \in \left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ на сфері

$$r(u, v) = R(\cos u \cos v, \sin u \cos v, \sin v).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 15

1. Знайти натуральне рівняння кривої $r(t) = a\{\cos t^3, \sin t^3\}$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці параболоїда обертання

$$r(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u^2).$$

3. Знайти косинус кута між лініями $u + v = \pi/2$ і $u - v = 0$ на сфері

$$r(u, v) = R(\cos u \cos v, \sin u \cos v, \sin v).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 16

1. Знайти параметричне рівняння кривої за її натуральним рівнянням $R = a \sin^3 \alpha$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці гіперболічного циліндра

$$r(u, v) = (a \operatorname{sh} u, b \operatorname{ch} u, v).$$

3. Знайти косинус кута між лініями $u = \frac{\pi}{2}$ і $u - v = 0$ на еліптичному циліндрі

$$r(u, v) = (a \cos u, b \sin u, v).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 17

1. Знайти рівняння евольвент параболи $y^2 = 2px$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у точці $(1, 0, 1)$ поверхні

$$r(u, v) = \left(\frac{u}{u^2 + v^2}, \frac{v}{u^2 + v^2}, \frac{1}{u^2 + v^2} \right).$$

3. Знайти косинус кута між лініями $u + v = -2$ і $u - v = 0$ на параболічному циліндрі

$$r(u, v) = (2pu, 2pu^2, v).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 18

1. Знайти натуральне рівняння кривої, що задана рівнянням у полярних координатах $\rho = a(1 + \cos \varphi)$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці циліндричної поверхні, твірні якої паралельні осі Oy , а напрямна задана рівняннями

$$x = f(u), \quad y = 0, \quad z = g(u).$$

3. Знайти площу області $u \in (-a, a)$ на катеноїді

$$r(u, v) = (\operatorname{ch} u \cos v, \operatorname{ch} u \sin v, u).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 19

1. Знайти рівняння еволюти астроїди $r(t) = a\{\cos^3 t, \sin^3 t\}$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці поверхні дотичних гвинтової лінії

$$x = a \cos u, \quad y = a \sin u, \quad z = bu.$$

3. Знайти площу області $u \in (0, a)$, $v \in (0, \pi)$ на круговому циліндрі

$$r(u, v) = (R \cos v, R \sin v, u).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 20

1. Знайти параметричне рівняння кривої за її натуральним рівнянням $s = a \operatorname{ctg} \alpha$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці гіперболічного циліндра

$$r(u, v) = \left(\frac{a}{2} \left(u - \frac{1}{u} \right), \frac{b}{2} \left(u + \frac{1}{u} \right), v \right).$$

3. Знайти косинус кута між лініями $u = v^3$ і $u - v = 0$ на поверхні

$$r(u, v) = (u + v, u - v, uv).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 21

1. Знайти натуральне рівняння кривої, що задана рівнянням у полярних координатах $\rho = ae^{b\varphi}$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці псевдосфери – поверхні обертання трактриси

$$x = a \sin u, y = 0, z = a \left(\ln \operatorname{tg} \frac{u}{2} + \cos u \right)$$

навколо осі Oz .

3. Знайти косинус кута між лініями $u^2 = -v$ і $u + v = 0$ на еліпсоїді обертання

$$r(u, v) = (a \cos u \cos v, a \cos u \sin v, c \sin u).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 22

1. Знайти обгортки сімейства кривих $y = (ax - a^2)^2$ з параметром a .
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці конічної поверхні з вершиною $M(0, 0, 0)$ і напрямною, що задана рівняннями

$$x = u, y = u^3, z = u^5.$$

3. Знайти площу області $x \in (0, 1), y \in (0, 1)$ на поверхні $z = x + y^2$.

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 23

1. Знайти натуральне рівняння кривої $r(t) = a\{\ln \operatorname{ctg}(t/2) - \cos t, \sin t\}$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці циліндричної поверхні, твірні якої паралельні вектору $a(1, 2, 3)$, а напрямна задана рівняннями

$$x = u, y = u^2, z = u^3.$$

3. Знайти площу області $u \in (0, \pi)$ на торі

$$r(u, v) = ((a + b \cos v) \cos u, (a + b \cos v) \sin u, b \sin v),$$

де $0 < b < a$.

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 24

1. Знайти рівняння еволюти кривої $y = e^x$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці гіперболічного параболоїда

$$r(u, v) = (\sqrt{p}(u - v), \sqrt{q}(u + v), 2uv).$$

3. Знайти косинус кута між лініями $u + v = 0$ і $u^3 = v$ на еліптичному параболоїді

$$r(u, v) = (\sqrt{2p}u \cos v, \sqrt{2q}u \sin v, u^2).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 25

1. Знайти рівняння евольвент циклоїди $r(t) = a\{t - \sin t, 1 - \cos t\}$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці поверхні головних нормалей гвинтової лінії

$$x = a \cos u, y = a \sin u, z = bu.$$

3. Знайти косинус кута між лініями $u = v^2$ і $u + v = 0$ на циліндричній поверхні з напрямною

$$x = \cos u, y = \sin u, z = 0,$$

твірні якої паралельні вектору $a(1, -1, 1)$.

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 26

1. Знайти обгортки сімейства кривих $x^2 + ay^2 = a^3$ з параметром a .
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у точці $(a, b, -c)$ поверхні

$$r(u, v) = \left(\frac{a(uv + 1)}{u + v}, \frac{b(u - v)}{u + v}, \frac{c(uv - 1)}{u + v} \right).$$

3. Знайти площу області $u \in (0, a)$, $v \in (b, c)$ на параболічному циліндрі

$$r(u, v) = (2pu^2, 2pu, v).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 27

1. Знайти натуральне рівняння кривої $r(t) = a\{-2sint - \sin 2t, 2 \cos t + \cos 2t\}$
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці параболоїда обертання

$$r(u, v) = (u^2, u \cos v, u \sin v).$$

3. Знайти косинус кута між лініями $u = \frac{\pi}{4}$ і $u - v = 0$ на еліптичному циліндрі

$$r(u, v) = (a \cos u, b \sin u, v).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 28

1. Знайти обгортки сімейства кривих $y = ax + \sin a$ з параметром a .
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці гіперболічного циліндра

$$r(u, v) = (v, a \operatorname{ch} u, b \operatorname{sh} u).$$

3. Знайти косинус кута між лініями $u + v = 2$ і $u - v = 0$ на параболічному циліндрі

$$r(u, v) = (2pu, 2pu^2, v).$$

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 29

1. Знайти параметричне рівняння кривої за її натуральним рівнянням $R = a \cos^3 \alpha$.
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці конічної поверхні з вершиною $M(0, 0, 0)$ і напрямною, що задана рівняннями

$$x = u, y = \sin u, z = \cos u.$$

3. Знайти площу області $v \in (0, \pi)$ на торі

$$r(u, v) = ((a + b \cos v) \cos u, (a + b \cos v) \sin u, b \sin v),$$

де $0 < b < a$.

Залікове завдання з диференціальної геометрії. Теорія кривих та поверхонь. Варіант № 30

1. Знайти рівняння еволюти кривої $y = \operatorname{tg} x$
2. Знайти рівняння дотичної площини і нормалі у довільній точці поверхні дотичних кривої

$$x = u, y = u^2, z = u^3.$$

3. Знайти площу області $u \in (0, \frac{\pi}{2}), v \in (0, \frac{\pi}{2})$ на сфері

$$r(u, v) = R(\cos u \cos v, \sin u \cos v, \sin v).$$