

Домашнє завдання до заняття 16.10.24

184. Дані три вектори своїми координатами у ортонормованому базисі:  $a = \{8, 4, 1\}$ ,  $b = \{2, -2, 1\}$  і  $c = \{4, 0, 3\}$ . Знайти вектор  $d$  довжини 1, що перпендикулярний до векторів  $a$  і  $b$  та напрямлений так, щоби трійки векторів  $\{a, b, c\}$  і  $\{a, b, d\}$  мали однакову орієнтацію.
190. Знайти об'єм паралелепіпеда  $ABCD A' B' C' D'$ , знаючи координати вершини  $A(1, 2, 3)$  та кінців ребер, що з неї виходять,  $B(9, 6, 4)$ ,  $D(3, 0, 4)$  і  $A'(5, 2, 6)$  у декартовій системі.
194. Довести, що якщо  $[a, b] + [b, c] + [c, a] = 0$ , то вектори  $a$ ,  $b$  і  $c$  компланарні.

Додаткові задачі (не оцінюються)

181. Дані три промені  $\overline{OA}$ ,  $\overline{OB}$  і  $\overline{OC}$ , що не лежать у одній площині. В середині кутів  $AOB$ ,  $BOC$  і  $COA$  взяті промені  $\overline{OD}$ ,  $\overline{OE}$  і  $\overline{OF}$  відповідно. З'ясувати, чи мають трійки променів  $\{\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}\}$  і  $\{\overline{OD}, \overline{OE}, \overline{OF}\}$  однакову чи протилежну орієнтацію.
188. Нехай  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  і  $D'$  – точки перетину медіан граней  $BCD$ ,  $CDA$ ,  $ABD$  і  $ABC$  відповідно тетраедра  $ABCD$ . Знайти відношення орієнтованих об'ємів тетраедрів  $A' B' C' D'$  і  $ABCD$ .
195. Довести, що якщо вектори  $[a, b]$ ,  $[b, c]$  і  $[c, a]$  компланарні, то вони колінеарні (підказка до цієї та двох наступних задач: показати, що якщо три вектори некомпланарні, то і їхні попарні векторні добутки некомпланарні, тобто утворюють базис).
197. Дані три некомпланарні вектори  $a$ ,  $b$  і  $c$ . Знайти (виразити через  $a$ ,  $b$  і  $c$ ) вектор  $d$ , що утворює з ними рівні гострі кути.
204. Дані три некомпланарні вектори  $a$ ,  $b$  і  $c$ . Знайти (виразити через  $a$ ,  $b$  і  $c$ ) вектор  $x$ , що задовольняє системі рівнянь

$$(a, x) = \alpha, \quad (b, x) = \beta, \quad (c, x) = \gamma.$$