

Задача 1.1. Побудуйте еволюти наступних кривих в \mathbb{R}^2 :

$$1) \begin{cases} x^1 = t \\ x^2 = \cosh t \end{cases}, \quad -\infty < t < \infty$$

$$2) \begin{cases} x^1 = t^3 \\ x^2 = t^6 \end{cases}, \quad -\infty < t < \infty$$

$$3) \begin{cases} x^1 = t - \sin t \\ x^2 = 1 - \cos t \end{cases}, \quad 0 < t < 2\pi$$

Задача 1.2. Запишіть рівняння еволюти для явно заданої кривої $y=F(x)$ в \mathbb{R}^2 .

Побудуйте еволюти для наступних явно заданих кривих

1) $y = \cos x$,

2) $y = \operatorname{tg} x$

3) $y = x^2$

Задача 3. Як зміниться еволюта кривої γ , якщо до кривої γ застосувати наступні перетворення в площині \mathbb{R}^2 :

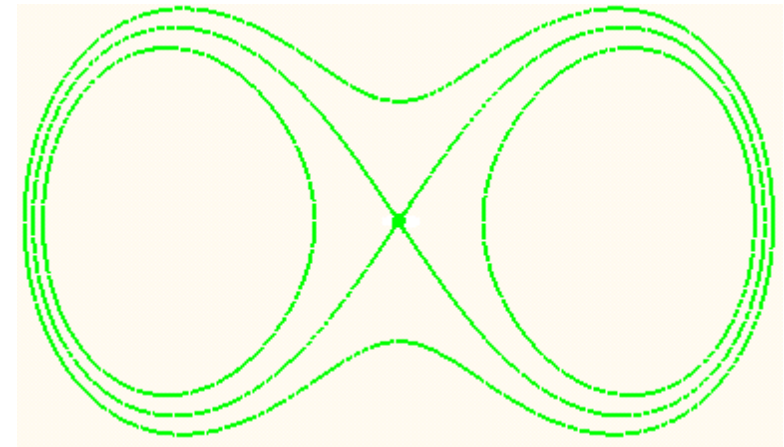
- 1) паралельний перенос,
- 2) обертання,
- 3) гомотетію.

***Задача 4.** Розглянемо сім'ю овалів Кассіні

$$((x^1-1)^2 + (x^2)^2) \cdot ((x^1+1)^2 + (x^2)^2) - c = 0 ,$$

яке при $c=1$ включає лемніскату Бернуллі.

Не проводячи обчислень, зобразіть на малюнку ескіз еволюти овалу Кассіні окремо при $c > 1$, $c = 1$, $c < 1$, та проаналізуйте якісну поведінку еволюти, коли параметр c змінюється в невеликому околі значення $c = 1$.



***Задача 5.** Проаналізуйте поведінку еволюти кривої γ , якщо на кривій γ є точка перегину (дивись приклади із задач 1.1.2, 1.2.1).

Задача 6. Побудуйте евольвенти наступних кривих в \mathbb{R}^2 :

$$1) \begin{cases} x^1 = \cos t \\ x^2 = \sin t \end{cases}, \quad -\infty < t < \infty$$

$$2) \begin{cases} x^1 = t - \sin t \\ x^2 = 1 - \cos t \end{cases}, \quad 0 < t < 2\pi$$

***Задача 7.** Як зміниться евольвента кривої γ , якщо до кривої γ застосувати наступні перетворення в площині \mathbb{R}^2 :

- 1) паралельний перенос,
- 2) обертання,
- 3) гомотетію.

Задача 8. Побудуйте обгортки наступних сімей кривих в \mathbb{R}^2 :

1) $(x^1 - r \cos \alpha)^2 + (x^2 - r \sin \alpha)^2 - R^2 = 0$, параметр $0 < \alpha < 2\pi$

*2) $(x^1 - f^1(\alpha))^2 + (x^2 - f^2(\alpha))^2 - R^2 = 0$, параметр $a_0 < \alpha < b_0$

3) $(x^1 - \alpha)^2 - x^2 - \alpha^3 = 0$, параметр $a_0 < \alpha < b_0$

4) сім'я відрізків довжини $l=1$ з кінцями на осях координат

5) сім'я прямих, що в перетині з осями координат породжують трикутники
одиначної площі $S=1$,

6) сім'я прямих, дотичних до заданої регулярної плоскої кривої γ .