

**Задача 1.** Обчисліть натуральний параметр, кривину і скрут кривої в  $\mathbb{R}^3$  з радіус-вектором

$$\vec{f}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \\ at^2 + bt + c \end{pmatrix}$$

**Задача 2.** Доведіть, що крива в  $\mathbb{R}^3$  з радіус-вектором

$$\vec{f}(t) = \begin{pmatrix} 1 + 3t + 2t^2 \\ 2 - 2t + 5t^2 \\ 1 - t^2 \end{pmatrix}$$

є плоскою. Знайдіть площість в  $\mathbb{R}^3$ , якій належить крива.

**Задача 3.1.** Запишіть натуральне рівняння дуги циклоїди

$$\begin{cases} x^1 = a(t - \sin t) \\ x^2 = a(1 - \cos t) \end{cases}, \quad t \in (0, 2\pi)$$

**Задача 3.2.** Запишіть натуральне рівняння логарифмічної спіралі

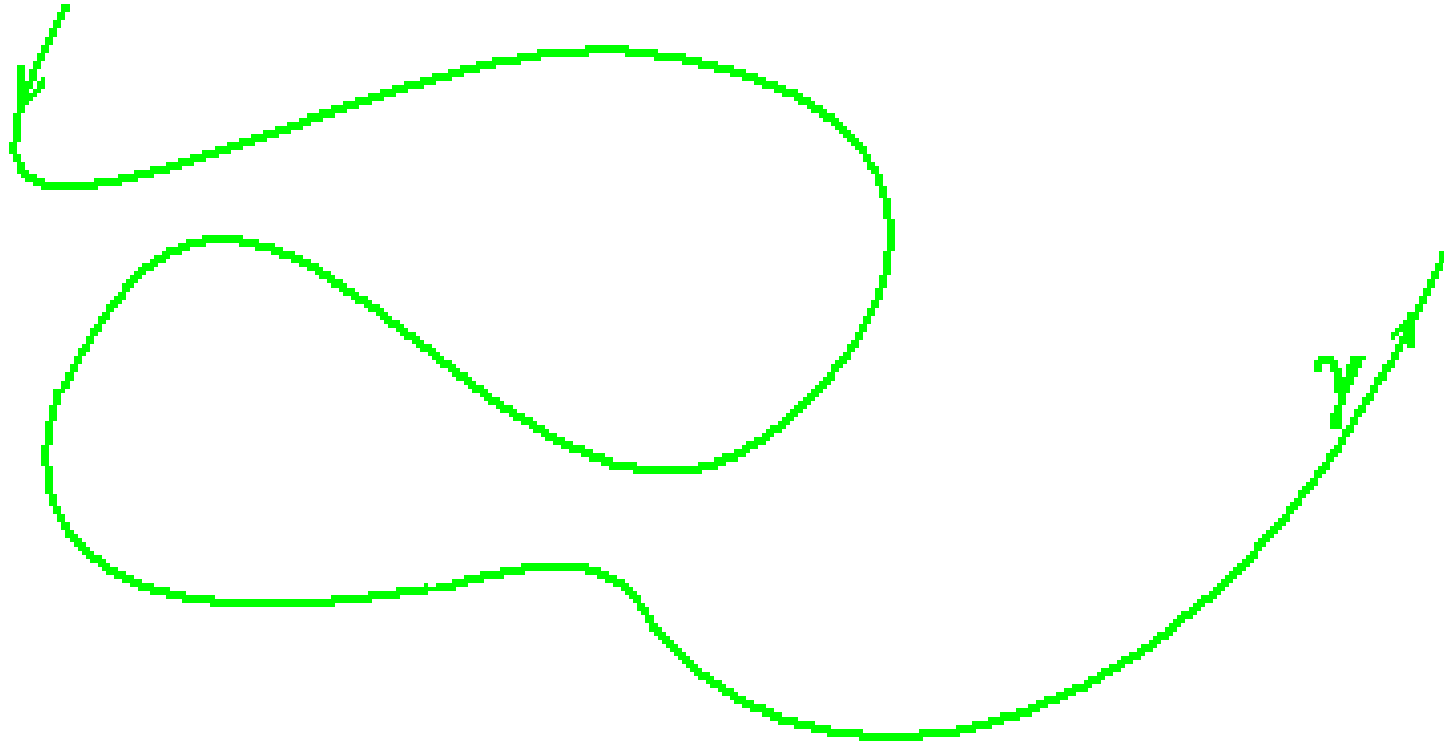
$$\begin{cases} x^1 = e^{at} \cos t \\ x^2 = e^{at} \sin t \end{cases}, \quad t \in (-\infty, +\infty)$$

**Задача 4.1.** Відновіть криву в  $\mathbb{R}^2$ , задану натуральним рівнянням  $k^* \equiv as + b$

**Задача 4.2.** Відновіть криву в  $\mathbb{R}^2$ , задану натуральним рівнянням  $k^* \equiv e^s$

**Задача 5.** Як зміниться кривина зі знаком  $k^*$  параметрично заданої кривої в площині  $\mathbb{R}^2$ , якщо змінити орієнтацію (напрямок руху) на кривій?

**Задача 6.1.** Для зображеної на малюнку кривої в площині  $\mathbb{R}^2$  вкажіть (приблизно) точки перегину і проаналізуйте знак кривини зі знаком  $k^*$  на різних частинах кривої



**Задача 6.2.** Не проводячи обчислень, зобразіть лемніскату Бернуллі в  $\mathbb{R}^2$ , вкажіть (приблизно) точки перегину і проаналізуйте знак кривини зі знаком  $k^*$  на різних частинах лемніскати Бернуллі.