

Задача 1 Знайдіть першу фундаментальну форму явно заданої поверхні

$$x^3 = \varphi(x^1, x^2)$$

Задача 2. Користуючись Задачею 1, запишіть першу фундаментальну форму гіперболічного параболоїда $x^3 = x^1 x^2$

Задача 3. Знайдіть першу фундаментальну форму гелікоїда: $x^1 = u^1 \cos u^2$, $x^2 = u^1 \sin u^2$, $x^3 = \lambda \cdot u^2$

Перевірте регулярність гелікоїда за допомогою першої фундаментальної форми.

Задача 4. На поверхні з першою фундаментальною формою $g = \frac{1}{(u^1)^2} (du^1)^2 + \frac{1}{(u^2)^2} (du^2)^2$ знайдіть довжину наступних кривих

$$\gamma_1: \begin{cases} u^1 = t \\ u^2 = u_0^2 = \text{const} \end{cases}, t \in (a, b) \quad \gamma_2: \begin{cases} u^1 = \alpha t \\ u^2 = \beta t \end{cases}, t \in (c, d) \subset \mathbb{R}_+$$

$$\gamma_3: \begin{cases} u^1 = R \cos t \\ u^2 = R + R \sin t \end{cases}, t \in (a, b) \subset \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$$

Задача 5. Як змінився перша фундаментальна форма $g = \frac{1}{(u^1)^2} (du^1)^2 + \frac{1}{(u^2)^2} (du^2)^2$, якщо зробити заміну координат $\begin{cases} u^1 = \tilde{u}^1 \\ u^2 = e^{\tilde{u}^2} \end{cases}$?