

**Задача 1.** Побудуйте індикатрису дотичних для наступних плоских кривих:

$$1) \begin{cases} x^1 = t \\ x^2 = \cosh t \end{cases}, \quad -\infty < t < \infty$$

$$2) \begin{cases} x^1 = at \\ x^2 = at^2 \end{cases}, \quad -\infty < t < \infty$$

$$3) \begin{cases} x^1 = at \\ x^2 = at^3 \end{cases}, \quad -\infty < t < \infty$$

$$4) \begin{cases} x^1 = t - \sin t \\ x^2 = 1 - \cos t \end{cases}, \quad 0 < t < 2\pi$$

$$5) \begin{cases} x^1 = e^{at} \sin t \\ x^2 = e^{at} \cos t \end{cases}, \quad -\infty < t < \infty$$

Опишіть індикатрису дотичних як траєкторію точки, що рухається по одиничному колу.

**\*Задача 2.** Побудуйте індикатрису дотичних для овалу Кассіні

$$((x^1 - 1)^2 + (x^2)^2) ((x^1 + 1)^2 + (x^2)^2) - c^2 = 0$$

Проаналізуйте залежність форми індикатриси від параметру  $c$ .

**Задача 3.** Побудуйте індикатрису дотичних, індикатрису головних нормалей і індикатрису бінормалей для гвинтової лінії

$$\begin{cases} x^1 = r \cos t \\ x^2 = r \sin t \\ x^3 = ht \end{cases}, \quad -\infty < t < \infty$$

**Задача 4.** Обчисліть інтегральну кривину зі знаком  $\int_{\gamma} k^* ds$  для наступних

плоских кривих:

$$1) \begin{cases} x^1 = a \sin t + c \\ x^2 = b \cos t + d \end{cases}, \quad 0 < t < 2\pi$$

$$2) \begin{cases} x^1 = a \cosh t + c \\ x^2 = b \sinh t + d \end{cases}, \quad -\infty < t < \infty$$

$$3) \begin{cases} x^1 = at \\ x^2 = bt^3 \end{cases}, \quad -\infty < t < \infty$$

$$4) \begin{cases} x^1 = t - \sin t \\ x^2 = 1 - \cos t \end{cases}, \quad 0 < t < 2\pi$$

$$5) \begin{cases} x^1 = e^{at} \sin t \\ x^2 = e^{at} \cos t \end{cases}, \quad 0 < t < 2\pi$$

**Задача 5.** Обчисліть інтегральну кривину зі знаком  $\int_{\gamma} k^* ds$  для наступних

плоских кривих:



**\*Задача 6.** Розглянемо регулярну криву  $\gamma$  в  $\mathbb{R}^3$ , задану натуральними рівняннями

$$k=k(s), \kappa=\kappa(s), 0 < s < L.$$

Проаналізуйте регулярність та обчисліть довжину індикатриси дотичних, індикатриси головних нормалей і індикатриси бінормалей кривої  $\gamma$ .