

**Задача 1.** Розглянемо параметрично задану криву  $\gamma$  в площині  $\mathbb{R}^2$  і точку  $P$  на цій кривій. Знайдіть вектори базису Френе в довільній точці кривої  $\gamma$ . Запишіть рівняння дотичної та нормальної прямих кривої  $\gamma$  в точці  $P$ :

$$0) \begin{cases} x^1 = at \\ x^2 = bt \end{cases}, t \in (-\infty, +\infty), P(t=t_0)$$

$$1) \begin{cases} x^1 = a \cos t \\ x^2 = b \sin t \end{cases}, t \in (-\infty, +\infty), P(t=0)$$

$$2) \begin{cases} x^1 = at \\ x^2 = a \cosh t \end{cases}, t \in (-\infty, +\infty), P(t=\ln 2)$$

$$3) \begin{cases} x^1 = a / \cosh t \\ x^2 = a(t + \tanh t) \end{cases}, t \in (-\infty, +\infty), P(t=t_0)$$

**Задача 2.1.** Розглянемо регулярну параметрично задану криву  $\gamma$  в  $IR^3$ :

$$\begin{cases} x^1 = t \cos t \\ x^2 = t \sin t, \quad t \in (-\infty, +\infty) \\ x^3 = ht \end{cases}$$

Знайти вектори базису Френе в довільній точці кривої  $\gamma$ .

Записати рівняння елементів тригранника Френе кривої  $\gamma$  в точці  $t = \pi$ .

**Задача 2.2.** Розглянемо гвинтову лінію  $\gamma$  в  $IR^3$  з радіус-вектором

$$\begin{cases} x^1 = r \cos t \\ x^2 = r \sin t, \quad t \in (-\infty, +\infty) \\ x^3 = ht \end{cases}$$

Доведіть (або спростуйте), що усі головні нормалі гвинтової лінії перетинають координатну вісь  $x^3$ .

### **\*Задача 3.**

1) Доведіть (або спростуйте), що якщо усі дотичні прямі регулярної параметрично заданої кривої  $\gamma$  в  $\mathbb{R}^n$  проходять через фіксовану точку  $O$ , то крива  $\gamma$  є прямою.

2) Доведіть (або спростуйте), що якщо усі дотичні прямі регулярної параметрично заданої кривої  $\gamma$  в  $\mathbb{R}^n$  є паралельними деякій фіксованій прямій, то крива  $\gamma$  є прямою.

3) Доведіть (або спростуйте), що якщо усі нормальні прямі регулярної параметрично заданої кривої  $\gamma$  в  $\mathbb{R}^2$  проходять через фіксовану точку, то крива  $\gamma$  є колом.

### **\*Задача 4.**

Нехай  $\gamma$  – це пряма,  $P$  – довільна її точка. Чи існує щільнодотична площина кривої  $\gamma$  в точці  $P$ ? Якщо існує, то наскільки багато різноманітних щільнодотичних площина має крива  $\gamma$  в точці  $P$ ?

\* – ускладнені задачі, за бажанням