

Варіант 1

- (4 бали) Знайдіть формулу невластного руху на площині, що переводить точки $(0, 2)$, $(1, 0)$, $(5, -3)$ відповідно у точки $(1, 0)$, $(2, -2)$, $(2, -7)$
- (4 бали) Визначити тип та описати перетворення, що задається формулою $\tilde{x} = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 3$, $\tilde{y} = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + 1$.
- (4 бали) Знайдіть інваріантну пряму (вісь симетрії) та вектор паралельного перенесення для перетворення $\tilde{x} = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{26}{5}$, $\tilde{y} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{23}{5}$. Запишіть дане перетворення у канонічному вигляді.
- (4 бали) За допомогою кватерніонів знайдіть матрицю обертання на кут $\frac{\pi}{2}$ навколо осі, що проходить через початок координат та має напрямок $\{4, 3, 0\}$.
- (4 бали) Виконується два послідовних обертання: навколо осі з напрямним вектором $\{0, 1, 0\}$ на кут $\frac{\pi}{3}$ та навколо осі з напрямним вектором $\{1, 0, 1\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$. Знайдіть напрямок осі та кут сумарного обертання.
- (4 бали) Знайдіть інваріантні точки та інваріантні прямі афінного перетворення $x' = x + 2y - 2$, $y' = \frac{9}{2}x + y + 9$.
- (4 бали) Знайдіть афінне перетворення, яке має інваріантні прямі $3x - 7y + 28 = 0$, $3x + 7y + 14 = 0$, а точку $(7, 2)$ переводить у точку $(0, -16)$.
- (4 бали) Знайдіть афінне канонічне рівняння та відповідне афінне перетворення для поверхні другого порядку $x^2 + 2y^2 - z^2 - 2xy - 2zy + 2xz - 4x - 1 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивний тип кривої, яка в однорідних координатах має рівняння $4x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 3x_2x_3 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивне перетворення, що переводить еліпс $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ у гіперболу $\tilde{x}^2 - \tilde{y}^2 = 1$.

Варіант 2

- (4 бали) Знайдіть формулу невласного руху на площині, що переводить точки $(-2, 0)$, $(0, 1)$, $(1, -1)$ відповідно у точки $(2, 2)$, $(4, 3)$, $(3, 5)$
- (4 бали) Визначити тип та описати перетворення, що задається формулою
$$\tilde{x} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + 3, \quad \tilde{y} = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + 1.$$
- (4 бали) Знайдіть інваріантну пряму (вісь симетрії) та вектор паралельного перенесення для перетворення $\tilde{x} = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{14}{5}$, $\tilde{y} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y - \frac{3}{5}$. Запишіть дане перетворення у канонічному вигляді.
- (4 бали) За допомогою кватерніонів знайдіть матрицю обертання на кут $\frac{\pi}{2}$ навколо осі, що проходить через початок координат та має напрямок $\{3, -4, 0\}$.
- (4 бали) Виконується два послідовних обертання: навколо осі з напрямним вектором $\{0, 0, 1\}$ на кут $\frac{\pi}{3}$ та навколо осі з напрямним вектором $\{1, 1, 0\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$. Знайдіть напрямок осі та кут сумарного обертання.
- (4 бали) Знайдіть інваріантні точки та інваріантні прямі афінного перетворення $x' = x + 3y + 6$, $y' = \frac{4}{3}x + y - 4$.
- (4 бали) Знайдіть афінне перетворення, яке має інваріантні прямі $3x - 2y + 8 = 0$, $3x + 2y + 4 = 0$, а точку $(-2, -1)$ переводить у точку $(-6, -1)$.
- (4 бали) Знайдіть афінне канонічне рівняння та відповідне афінне перетворення для поверхні другого порядку $x^2 + y^2 - 2xz + 2y - 4z - 1 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивний тип кривої, яка в однорідних координатах має рівняння $4x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 6x_1x_2 + 4x_1x_3 - 3x_2x_3 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивне перетворення, що переводить гіперболу $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$ у коло $\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 = 1$.

Варіант 3

- (4 бали) Знайдіть формулу невластного руху на площині, що переводить точки $(2, 0)$, $(0, -1)$, $(1, 2)$ відповідно у точки $(4, 1)$, $(2, 0)$, $(5, -1)$
- (4 бали) Визначити тип та описати перетворення, що задається формулою
$$\tilde{x} = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y + 2, \quad \tilde{y} = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2.$$
- (4 бали) Знайдіть інваріантну пряму (вісь симетрії) та вектор паралельного перенесення для перетворення $\tilde{x} = -\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y + \frac{18}{5}$, $\tilde{y} = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - \frac{16}{5}$. Запишіть дане перетворення у канонічному вигляді.
- (4 бали) За допомогою кватерніонів знайдіть матрицю обертання на кут $\frac{\pi}{2}$ навколо осі, що проходить через початок координат та має напрямок $\{2, 2, 1\}$.
- (4 бали) Виконується два послідовних обертання: навколо осі з напрямним вектором $\{0, 1, 0\}$ на кут $\frac{\pi}{3}$ та навколо осі з напрямним вектором $\{1, 0, -1\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$. Знайдіть напрямок осі та кут сумарного обертання.
- (4 бали) Знайдіть інваріантні точки та інваріантні прямі афінного перетворення $x' = x - 2y + 4$, $y' = -\frac{9}{2}x + y + 18$.
- (4 бали) Знайдіть афінне перетворення, яке має інваріантні прямі $2x - 3y - 12 = 0$, $2x + 3y = 0$, а точку $(-3, 1)$ переводить у точку $(6, -7)$.
- (4 бали) Знайдіть афінне канонічне рівняння та відповідне афінне перетворення для поверхні другого порядку $4x^2 + y^2 + z^2 + 4xy - 4zx - 2zy + x - y - 1 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивний тип кривої, яка в однорідних координатах має рівняння $4x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3 - 3x_2x_3 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивне перетворення, що переводить еліпс $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ у гіперболу $\tilde{x}^2 - \tilde{y}^2 = 1$.

Варіант 4

- (4 бали) Знайдіть формулу невластного руху на площині, що переводить точки $(0, 2)$, $(1, 0)$, $(1, -5)$ відповідно у точки $(2, -2)$, $(3, -4)$, $(7, -7)$
- (4 бали) Визначити тип та описати перетворення, що задається формулою
$$\tilde{x} = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + 2, \quad \tilde{y} = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2.$$
- (4 бали) Знайдіть інваріантну пряму (вісь симетрії) та вектор паралельного перенесення для перетворення $\tilde{x} = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{6}{5}$, $\tilde{y} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{13}{5}$. Запишіть дане перетворення у канонічному вигляді.
- (4 бали) За допомогою кватерніонів знайдіть матрицю обертання на кут $\frac{\pi}{2}$ навколо осі, що проходить через початок координат та має напрямок $\{2, -2, 1\}$.
- (4 бали) Виконується два послідовних обертання: навколо осі з напрямним вектором $\{1, 1, 0\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$ та навколо осі з напрямним вектором $\{1, 0, 0\}$ на кут $\frac{\pi}{3}$. Знайдіть напрямок осі та кут сумарного обертання.
- (4 бали) Знайдіть інваріантні точки та інваріантні прямі афінного перетворення $x' = x + 5y - 5$, $y' = \frac{4}{5}x + y + 4$.
- (4 бали) Знайдіть афінне перетворення, яке має інваріантні прямі $3x - 2y - 8 = 0$, $3x + 2y - 16 = 0$, а точку $(2, 1)$ переводить у точку $(4, 10)$.
- (4 бали) Знайдіть афінне канонічне рівняння та відповідне афінне перетворення для поверхні другого порядку $4x^2 + 6y^2 + 4z^2 + 4zx + 8y - 4z + 3 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивний тип кривої, яка в однорідних координатах має рівняння $4x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 - 3x_2x_3 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивне перетворення, що переводить гіперболу $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{36} = 1$ у коло $\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 = 1$.

Варіант 5

- (4 бали) Знайдіть формулу невласного руху на площині, що переводить точки $(-2, 0)$, $(0, 1)$, $(3, 0)$ відповідно у точки $(0, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 5)$
- (4 бали) Визначити тип та описати перетворення, що задається формулою
$$\tilde{x} = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2, \quad \tilde{y} = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y.$$
- (4 бали) Знайдіть інваріантну пряму (вісь симетрії) та вектор паралельного перенесення для перетворення
$$\tilde{x} = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{6}{5}, \quad \tilde{y} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y - \frac{13}{5}.$$
 Запишіть дане перетворення у канонічному вигляді.
- (4 бали) За допомогою кватерніонів знайдіть матрицю обертання на кут $\frac{\pi}{2}$ навколо осі, що проходить через початок координат та має напрямок $\{1, -2, -2\}$.
- (4 бали) Виконується два послідовних обертання: навколо осі з напрямним вектором $\{0, 1, 1\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$ та навколо осі з напрямним вектором $\{1, 0, 1\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$. Знайдіть напрямок осі та кут сумарного обертання.
- (4 бали) Знайдіть інваріантні точки та інваріантні прямі афінного перетворення
$$x' = x + 5y + 5, \quad y' = \frac{9}{5}x + y - 9.$$
- (4 бали) Знайдіть афінне перетворення, яке має інваріантні прямі $2x - 5y + 15 = 0$, $2x + 5y + 5 = 0$, а точку $(5, -1)$ переводить у точку $(-5, 7)$.
- (4 бали) Знайдіть афінне канонічне рівняння та відповідне афінне перетворення для поверхні другого порядку $x^2 + y^2 + z^2 + zx + yz + yx = 6$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивний тип кривої, яка в однорідних координатах має рівняння $4x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивне перетворення, що переводить еліпс $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ у гіперболу $\tilde{x}^2 - \tilde{y}^2 = 1$.

Варіант 6

- (4 бали) Знайдіть формулу невластного руху на площині, що переводить точки $(2, 0)$, $(4, 1)$, $(5, 4)$ відповідно у точки $(0, -1)$, $(2, 0)$, $(5, -1)$
- (4 бали) Визначити тип та описати перетворення, що задається формулою
$$\tilde{x} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y, \quad \tilde{y} = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + 2.$$
- (4 бали) Знайдіть інваріантну пряму (вісь симетрії) та вектор паралельного перенесення для перетворення $\tilde{x} = -\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y + \frac{3}{5}$, $\tilde{y} = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{14}{5}$. Запишіть дане перетворення у канонічному вигляді.
- (4 бали) За допомогою кватерніонів знайдіть матрицю обертання на кут $\frac{\pi}{2}$ навколо осі, що проходить через початок координат та має напрямок $\{1, 2, -2\}$.
- (4 бали) Виконується два послідовних обертання: навколо осі з напрямним вектором $\{0, 1, 1\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$ та навколо осі з напрямним вектором $\{1, 0, -1\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$. Знайдіть напрямок осі та кут сумарного обертання.
- (4 бали) Знайдіть інваріантні точки та інваріантні прямі афінного перетворення $x' = x + 4y - 8$, $y' = \frac{9}{4}x + y + 18$.
- (4 бали) Знайдіть афінне перетворення, яке має інваріантні прямі $3x - 5y - 20 = 0$, $3x + 5y - 10 = 0$, а точку $(-5, -1)$ переводить у точку $(-5, -19)$.
- (4 бали) Знайдіть афінне канонічне рівняння та відповідне афінне перетворення для поверхні другого порядку $x^2 + y^2 - z^2 - 2xy - 2zy + 2xz - 4x - 1 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивний тип кривої, яка в однорідних координатах має рівняння $4x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 - 3x_2x_3 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивне перетворення, що переводить гіперболу $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$ у коло $\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 = 1$.

Варіант 7

- (4 бали) Знайдіть формулу невласного руху на площині, що переводить точки $(0, 2)$, $(1, 0)$, $(3, -9)$ відповідно у точки $(-1, 4)$, $(0, 2)$, $(6, -5)$
- (4 бали) Визначити тип та описати перетворення, що задається формулою
$$\tilde{x} = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - 2, \quad \tilde{y} = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2.$$
- (4 бали) Знайдіть інваріантну пряму (вісь симетрії) та вектор паралельного перенесення для перетворення $\tilde{x} = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{14}{5}$, $\tilde{y} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{3}{5}$. Запишіть дане перетворення у канонічному вигляді.
- (4 бали) За допомогою кватерніонів знайдіть матрицю обертання на кут $\frac{\pi}{2}$ навколо осі, що проходить через початок координат та має напрямок $\{2, -1, 2\}$.
- (4 бали) Виконується два послідовних обертання: навколо осі з напрямним вектором $\{0, 0, 1\}$ на кут $\frac{2\pi}{3}$ та навколо осі з напрямним вектором $\{-1, 0, 1\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$. Знайдіть напрямок осі та кут сумарного обертання.
- (4 бали) Знайдіть інваріантні точки та інваріантні прямі афінного перетворення $x' = x - 5y + 5$, $y' = -\frac{4}{5}x + y + 4$.
- (4 бали) Знайдіть афінне перетворення, яке має інваріантні прямі $3x - 4y + 20 = 0$, $3x + 4y + 4 = 0$, а точку $(4, -2)$ переводить у точку $(-12, 25)$.
- (4 бали) Знайдіть афінне канонічне рівняння та відповідне афінне перетворення для поверхні другого порядку $x^2 - 4y^2 - 4z^2 + 10yz + 2x + 2y + 2z + 3 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивний тип кривої, яка в однорідних координатах має рівняння $4x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 5x_2x_3 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивне перетворення, що переводить еліпс $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{49} = 1$ у гіперболу $\tilde{x}^2 - \tilde{y}^2 = 1$.

Варіант 8

- (4 бали) Знайдіть формулу невластного руху на площині, що переводить точки $(0, 1)$, $(-2, 0)$, $(1, 4)$ відповідно у точки $(-2, 0)$, $(-4, -1)$, $(1, -1)$
- (4 бали) Визначити тип та описати перетворення, що задається формулою
$$\tilde{x} = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 2, \quad \tilde{y} = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2.$$
- (4 бали) Знайдіть інваріантну пряму (вісь симетрії) та вектор паралельного перенесення для перетворення $\tilde{x} = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{24}{5}$, $\tilde{y} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{2}{5}$. Запишіть дане перетворення у канонічному вигляді.
- (4 бали) За допомогою кватерніонів знайдіть матрицю обертання на кут $\frac{\pi}{2}$ навколо осі, що проходить через початок координат та має напрямок $\{4, 0, -3\}$.
- (4 бали) Виконується два послідовних обертання: навколо осі з напрямним вектором $\{0, 1, 0\}$ на кут $\frac{\pi}{3}$ та навколо осі з напрямним вектором $\{-1, 0, 1\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$. Знайдіть напрямок осі та кут сумарного обертання.
- (4 бали) Знайдіть інваріантні точки та інваріантні прямі афінного перетворення $x' = x - 5y + 5$, $y' = -\frac{9}{5}x + y - 9$.
- (4 бали) Знайдіть афінне перетворення, яке має інваріантні прямі $2x - 5y - 5 = 0$, $2x + 5y - 15 = 0$, а точку $(-5, 1)$ переводить у точку $(-5, 9)$.
- (4 бали) Знайдіть афінне канонічне рівняння та відповідне афінне перетворення для поверхні другого порядку $x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2zy + 2x - 2z - 1 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивний тип кривої, яка в однорідних координатах має рівняння $4x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 8x_1x_2 + 4x_1x_3 - 5x_2x_3 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивне перетворення, що переводить гіперболу $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ у коло $\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 = 1$.

Варіант 9

- (4 бали) Знайдіть формулу невласного руху на площині, що переводить точки $(0, -1)$, $(2, 0)$, $(3, -2)$ відповідно у точки $(4, 1)$, $(6, 2)$, $(5, 4)$
- (4 бали) Визначити тип та описати перетворення, що задається формулою $\tilde{x} = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 1$, $\tilde{y} = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 1$.
- (4 бали) Знайдіть інваріантну пряму (вісь симетрії) та вектор паралельного перенесення для перетворення $\tilde{x} = -\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - \frac{2}{5}$, $\tilde{y} = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{24}{5}$. Запишіть дане перетворення у канонічному вигляді.
- (4 бали) За допомогою кватерніонів знайдіть матрицю обертання на кут $\frac{\pi}{2}$ навколо осі, що проходить через початок координат та має напрямок $\{0, -4, 3\}$.
- (4 бали) Виконується два послідовних обертання: навколо осі з напрямним вектором $\{1, 1, 0\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$ та навколо осі з напрямним вектором $\{1, 0, 1\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$. Знайдіть напрямок осі та кут сумарного обертання.
- (4 бали) Знайдіть інваріантні точки та інваріантні прямі афінного перетворення $x' = x + 7y + 14$, $y' = \frac{4}{7}x + y - 4$.
- (4 бали) Знайдіть афінне перетворення, яке має інваріантні прямі $3x - 5y + 20 = 0$, $3x + 5y + 10 = 0$, а точку $(5, 1)$ переводить у точку $(5, -17)$.
- (4 бали) Знайдіть афінне канонічне рівняння та відповідне афінне перетворення для поверхні другого порядку $x^2 + 2y^2 - z^2 - 2xy - 2yz + 2zx - 4x - 1 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивний тип кривої, яка в однорідних координатах має рівняння $x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 3x_2x_3 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивне перетворення, що переводить еліпс $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ у гіперболу $\tilde{x}^2 - \tilde{y}^2 = 1$.

Варіант 10

- (4 бали) Знайдіть формулу невластного руху на площині, що переводить точки $(0, 2)$, $(1, 0)$, $(7, -7)$ відповідно у точки $(-2, 6)$, $(-1, 4)$, $(1, -5)$
- (4 бали) Визначити тип та описати перетворення, що задається формулою
$$\tilde{x} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y - 1, \quad \tilde{y} = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + 1.$$
- (4 бали) Знайдіть інваріантну пряму (вісь симетрії) та вектор паралельного перенесення для перетворення $\tilde{x} = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{24}{5}$, $\tilde{y} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y - \frac{2}{5}$. Запишіть дане перетворення у канонічному вигляді.
- (4 бали) За допомогою кватерніонів знайдіть матрицю обертання на кут $\frac{\pi}{2}$ навколо осі, що проходить через початок координат та має напрямок $\{-1, -2, 2\}$.
- (4 бали) Виконується два послідовних обертання: навколо осі з напрямним вектором $\{0, 1, -1\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$ та навколо осі з напрямним вектором $\{1, 0, 1\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$. Знайдіть напрямок осі та кут сумарного обертання.
- (4 бали) Знайдіть інваріантні точки та інваріантні прямі афінного перетворення $x' = x + 6y - 12$, $y' = \frac{2}{3}x + y - 3$.
- (4 бали) Знайдіть афінне перетворення, яке має інваріантні прямі $2x - 7y - 28 = 0$, $2x + 7y = 0$, а точку $(7, -1)$ переводить у точку $(14, -1)$.
- (4 бали) Знайдіть афінне канонічне рівняння та відповідне афінне перетворення для поверхні другого порядку $x^2 - xy + 2zy + x - z = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивний тип кривої, яка в однорідних координатах має рівняння $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 8x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивне перетворення, що переводить гіперболу $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{49} = 1$ у коло $\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 = 1$.

Варіант 11

- (4 бали) Знайдіть формулу невластного руху на площині, що переводить точки $(0, 1)$, $(2, 2)$, $(5, 1)$ відповідно у точки $(-4, -1)$, $(-2, 0)$, $(-1, 3)$
- (4 бали) Визначити тип та описати перетворення, що задається формулою
$$\tilde{x} = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - 2, \quad \tilde{y} = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 2.$$
- (4 бали) Знайдіть інваріантну пряму (вісь симетрії) та вектор паралельного перенесення для перетворення $\tilde{x} = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{16}{5}$, $\tilde{y} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y - \frac{18}{5}$. Запишіть дане перетворення у канонічному вигляді.
- (4 бали) За допомогою кватерніонів знайдіть матрицю обертання на кут $\frac{\pi}{2}$ навколо осі, що проходить через початок координат та має напрямок $\{2, -1, 2\}$.
- (4 бали) Виконується два послідовних обертання: навколо осі з напрямним вектором $\{0, 1, 1\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$ та навколо осі з напрямним вектором $\{-1, 0, 1\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$. Знайдіть напрямок осі та кут сумарного обертання.
- (4 бали) Знайдіть інваріантні точки та інваріантні прямі афінного перетворення
$$x' = x + 6y - 6, \quad y' = \frac{3}{2}x + y + 3.$$
- (4 бали) Знайдіть афінне перетворення, яке має інваріантні прямі $x - 3y + 9 = 0$, $x + 3y - 3 = 0$, а точку $(6, 1)$ переводить у точку $(0, 2)$.
- (4 бали) Знайдіть афінне канонічне рівняння та відповідне афінне перетворення для поверхні другого порядку $x^2 + 2y^2 - z^2 - 2xy - 2yz + 2xz - 4x - 1 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивний тип кривої, яка в однорідних координатах має рівняння $x_1^2 + x_2^2 - 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 5x_2x_3 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивне перетворення, що переводить еліпс $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ у гіперболу $\tilde{x}^2 - \tilde{y}^2 = 1$.

Варіант 12

- (4 бали) Знайдіть формулу невластного руху на площині, що переводить точки $(4, 1)$, $(2, 0)$, $(7, 0)$ відповідно у точки $(0, -1)$, $(-2, -2)$, $(1, 2)$
- (4 бали) Визначити тип та описати перетворення, що задається формулою
$$\tilde{x} = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y, \quad \tilde{y} = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 2.$$
- (4 бали) Знайдіть інваріантну пряму (вісь симетрії) та вектор паралельного перенесення для перетворення $\tilde{x} = -\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y + \frac{23}{5}$, $\tilde{y} = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - \frac{26}{5}$. Запишіть дане перетворення у канонічному вигляді.
- (4 бали) За допомогою кватерніонів знайдіть матрицю обертання на кут $\frac{\pi}{2}$ навколо осі, що проходить через початок координат та має напрямок $\{-2, 1, -2\}$.
- (4 бали) Виконується два послідовних обертання: навколо осі з напрямним вектором $\{0, 1, 0\}$ на кут $\frac{\pi}{3}$ та навколо осі з напрямним вектором $\{-1, 0, 1\}$ на кут $\frac{\pi}{2}$. Знайдіть напрямок осі та кут сумарного обертання.
- (4 бали) Знайдіть інваріантні точки та інваріантні прямі афінного перетворення
$$x' = x - 7y + 7, \quad y' = -\frac{9}{7}x + y - 9.$$
- (4 бали) Знайдіть афінне перетворення, яке має інваріантні прямі $x - 2y + 4 = 0$, $x + 2y = 0$, а точку $(2, 1)$ переводить у точку $(2, 7)$.
- (4 бали) Знайдіть афінне канонічне рівняння та відповідне афінне перетворення для поверхні другого порядку $x^2 + 9y^2 + 2z^2 - 4xy - 6xz + 2yz + 8x - 16y + 1 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивний тип кривої, яка в однорідних координатах має рівняння $4x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 7x_2x_3 = 0$.
- (4 бали) Знайдіть проєктивне перетворення, що переводить гіперболу $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ у коло $\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 = 1$.