

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра **фундаментальної математики**

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-
педагогічної роботи

Антон ПАНТЕЛЕЙМОНОВ

“ ____ ” _____ 2020 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Диференціальна геометрія II

рівень вищої освіти **бакалавр**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**
освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **вибіркова**

факультет **математики і інформатики**

2020 / 2021 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

31 серпня 2020 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Ямпольський Олександр Леонідович, докт. фіз.-мат. наук, доцент,
завідувач кафедри фундаментальної математик.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
протокол № 1 від 31 серпня 2020 року.

Завідувач кафедри

Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика».

Гарант освітньої (професійної)
програми

Ганна ВИШНЯКОВА

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики
протокол № 1 від 31 серпня 2020 року.

Голова науково-методичної комісії

Ольга АНОЩЕНКО

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Диференціальна геометрія II” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавр спеціальності **111-математика** освітня програма «Математика»

Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни “Диференціальна геометрія II” полягає в поглибленому вивченні диференціальної геометрії поверхонь у 3-вимірному евклідовому просторі, елементів теорії підмноговидів та тензорного аналізу

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни “Диференціальна геометрія II” полягають у послідовному застосуванні методів математичного аналізу, лінійної алгебри та топології для вивчення геометричних властивостей підмноговидів у евклідовому просторі.

1.3. Кількість кредитів – **4**

1.4. Загальна кількість годин – **120**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
5-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

знати:

- означення регулярного підмноговиду;
- основні види криволінійних систем координат на поверхнях;
- метрики і поверхні сталої кривини;
- будову поверхонь нульової кривини;
- кола Гауса і кола Дарбу;
- властивості геодезичних ліній
- будову класів мінімальних поверхонь;
- означення паралельного переносу вектора уздовж кривої;
- формулу Гауса-Бонне;
- означення тензора;
- означення коваріантної похідної тензора;
- означення тензора кривини;

уміти:

- знайти гаусову кривину поверхні за 1-ю квадратичною формою;
- обчислити нормальну та геодезичну кривину лінії на поверхні, геодезичний скрут;
- застосовувати формулу Гауса-Бонне;
- обчислити коваріантну похідну тензора;
- обчислити компоненти тензора кривини;
- обчислити градієнт функції;
- обчислити дивергенцію і ротор векторного поля на поверхні.

2. Тематичний план навчальної дисципліни**Розділ 1.** Спеціальні класи поверхонь*Тема 1. Спеціальні координатні системи на поверхнях*

Ортогональні координатні сітки; координати з ліній кривини; третя фундаментальна форма поверхні та теорема Бельтрамі-Еннепера; асимптотична координатна сітка; чебишевська координатна сітка; напівгеодезичні декартові координати; лема Гауса та напівгеодезичні поляри координати; геодезичні як локально найкоротші.

Тема 2. Поверхні сталої гаусової кривини

Метрики сталої кривини, теорема Міндінга; будова поверхні нульової кривини; теорема Гільберта; теорема Лібмана.

Тема 3. Мінімальні поверхні

Варіація довжини кривої; геодезичні як екстремалі функціонала довжини; варіація площі поверхні; мінімальні поверхні; гелікоїд, катеноїд та поверхня Шерка як єдині мінімальні поверхні в своїх класах.

Розділ 2. Елементи внутрішньої геометрії поверхонь і многовидів*Тема 1. Формула Гауса-Бонне*

Абсолютний (коваріантний) диференціал векторного поля; паралельні векторні поля на поверхнях; паралельні векторні поля уздовж кривої; паралельний перенос вектору уздовж замкнутого контуру; формула Гауса-Бонне; інтегральна формула Гауса; теорема Якобі.

Тема 2. Тензори в диференціальній геометрії

Алгебраїчні операції над тензорами; диференціювання тензора; диференціально-геометрична зв'язність; тензор кривини; тензор Річчі і скалярна кривина; диференціальні параметри Бельтрамі; лапласіан, дивергенція, ротор.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
о		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Спеціальні класи поверхонь												
Тема 1. Спеціальні координатні системи на поверхнях	24	6	6			12						
Тема 2. Поверхні сталої гаусової кривини	24	6	6			12						
Тема 3. Мінімальні поверхні	24	6	6			12						

Усього за розділом 1	72	18	18			36							
Розділ 2. Елементи внутрішньої геометрії поверхонь і многовидів													
Тема 1. Формула Гауса-Бонне	22	6	6			10							
Тема 2 Тензори в диференціальній геометрії.	26	8	8			10							
Усього за розділом 2	48	14	14			20							
Усього годин	120	32	32			56							

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Ортогональні координатні сітки; координати з ліній кривини;	2
2	Третя фундаментальна форма поверхні;	2
3	Асимптотична координатна сітка;	2
4	Напівгеодезичні декартові координати;	2
5	Напівгеодезичні полярні координати;	2
6	Геодезичні лінії на різних класах поверхонь;	2
7	Мінімальні поверхні;	2
8	Абсолютний (коваріантний) диференціал векторного поля;	2
9	Паралельні векторні поля уздовж кривої.	2
10	Паралельний перенос вектору уздовж замкненого контуру;	2
11	Формула Гауса-Бонне;	2
12	Алгебраїчні операції над тензорами;	2
13	Диференціювання тензора;	2
14	Диференціально-геометрична зв'язність;	2
15	Тензор кривини; тензор Річчі і скалярна кривина;	2
16	Диференціальні параметри Бельтрамі; лапласіан, дивергенція, ротор.	2
	Усього	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст для самостійної роботи	Кількість годин
1	Розв'язання задач за темами: ортогональні координатні сітки; координати з ліній кривини;	2
2	Розв'язання задач за темами: третя фундаментальна форма поверхні;	2
3	Розв'язання задач за темами: асимптотична координатна сітка;	4
4	Розв'язання задач за темами: напівгеодезичні декартові координати;	2
5	Розв'язання задач за темами: напівгеодезичні полярні координати;	2
6	Розв'язання задач за темами: геодезичні лінії на різних класах поверхонь;	4
7	Розв'язання задач за темами: мінімальні поверхні;	4
8	Розв'язання задач за темами: абсолютний (коваріантний) диференціал векторного поля;	4
9	Розв'язання задач за темами: паралельні векторні поля уздовж кривої.	4
10	Розв'язання задач за темами: паралельний перенос вектору уздовж замкненого контуру;	4
11	Розв'язання задач за темами: формула Гауса-Бонне;	4
12	Розв'язання задач за темами: алгебраїчні операції над тензорами;	4
13	Розв'язання задач за темами: диференціювання тензора;	4
14	Розв'язання задач за темами: диференціально-геометрична зв'язність;	4
15	Розв'язання задач за темами: тензор кривини; тензор Річчі і скалярна кривина;	4

16	Розв'язання задач за темами: диференціальні параметри Бельтрамі; лапласіан, дивергенція, ротор.	4
	Усього	56

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

8. Методи контролю

- облік відвідування аудиторних занять;
- контрольної роботи (1).

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання										залік	сума
Розділ 1		Розділ 2		Розділ 3		контрольні роботи, передбачені навчальним планом	колоквиум	індивідуальні завдання	Ра зом		
T1	T2	T1	T2	T1	T2						
5	5	5	5	5	15	20	-	-	60	40	100

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

10. Рекомендована література

Базова література

1. Борисенко О. А. Диференціальна геометрія і топологія. Основа, 1995 р.
2. Кованцов Н.Н. и др. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сборник задач, Вища школа, 1982.
3. Аминов Ю.А. Дифференциальная геометрия и топология кривых, Наука, 1987.
4. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. М, Наука 1986.
5. Рашевский П.К. Дифференциальная геометрия. М., Наука, 1948.

Допоміжна література

1. Позняк Э. Г., Шикин В.Б. Дифференциальная геометрия. Первое знакомство. М., Наука, 1986
2. Бляшке В. Дифференциальная геометрия. ОНТИ, 1935.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. www-library.univer.kharkov.ua
2. <http://puremath.univer.kharkov.ua/~yampolsky>