Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра **фундаментальної математики**

“**ЗАТВЕРДЖУЮ**”

Проректор з науково- педагогічної роботи

Антон ПАНТЕЛЕЙМОНОВ

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

“\_\_\_\_”\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2020 р.

# Робоча програма навчальної дисципліни

**Рівняння математичної фізики**

# (змішана форма навчання)

рівень вищої освіти **бакалавр**

галузь знань **11 – Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика, 113 – Прикладна математика**

освітня програма **«Математика», «Прикладна математика»,**

вид дисципліни **обов’язкова**

факультет **математики і інформатики**

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

31 серпня 2020 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Фастовська Тамара Борисівна, к. ф.-м. н.,**

**доцент кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики

протокол № 1 від 31 серпня 2020 року.

Завідувач кафедри Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика».

Гарант освітньої (професійної)

програми Ганна ВИШНЯКОВА

Програму погоджено методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол № 1 від 31 серпня 2020 року.

Голова методичної комісії Ольга АНОЩЕНКО

**Вступ**

Програма навчальної дисципліни **“ Рівняння математичної фізики”** складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр**

спеціальності (напряму) **111– Математика, 113 – Прикладна математика**

освітня програма **«Математика», «Прикладна математика»**

**1. Опис навчальної дисципліни.**

1.1. Мета курсу полягає у навчанні майбутніх спеціалістів основам теорії рівнянь математичної фізики та її застосуванням.

1.2. Завдання курсу полягає у навчанні студентів досліджувати існування та єдиність розв’язків задач математичної фізики та знаходити розв’язки модельних задач еліптичного, параболічного та гіперболічного типів.

1.3. Кількість кредитів – **7**

1.4. Загальна кількість годин – **210**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1.5. Характеристика навчальної дисципліни | | |
| **Нормативна** / за вибором | | |
| Денна форма навчання | | Заочна (дистанційна) форма навчання |
| Рік підготовки | | |
| **4-й** | |  |
| Семестр | | |
| **7-й** | **8-й** |  |
| Лекції | | |
| **24 год.** | **32 год.** |  |
| Практичні, семінарські заняття | | |
| **12 год.** | **32 год.** |  |
| Лабораторні заняття | | |
|  |  |  |
| Самостійна робота | | |
| **54 год.** | **56 год.** |  |
| у тому числі індивідуальні завдання | | |
|  | | |

1.6. Заплановані результати навчання:

**знати:**

* основні типи лінійних рівнянь математичної фізики;
* методи теоретичного вивчення проблеми існування розв’язків еліптичних, параболічних та гіперболічних рівнянь.

**уміти:**

* використовувати сучасні методи вивчення проблеми існування розв’язків рівнянь з частинними похідними, що виникають у сучасному природознавстві;
* знаходити точні розв’язки модельних задач еліптичного, параболічного та гіперболічного типів.

**2. Тематичний план навчальної дисципліни.**

*Розділ 1. Загальна теорія рівнянь з частинними похідними. Теорія гармонічних функцій. Метод функції Гріна для еліптичних задач.*

*Тема 1.* Класифікація лінійних рівнянь другого порядку з частинними похідними. Постановки основних крайових задач для оператора Лапласа. Поняття класичного розв’язку.

*Тема 2.* Формули Гріна для оператора Лапласа.Гармонічні функції. Теореми про середнє.Принцип максимуму для гармонічних функцій. Наслідки принципу максимуму для гармонічних функцій.

*Тема 3.*Функція Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа. Означення, фізичний зміст, властивості. Побудова функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа для найпростіших тривимірних областей.

*Тема 4.*Застосування методу конформних відображень для побудови функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа для найпростіших двовимірних областей.

*Розділ 2.**Крайова задача рівняння Пуассона в кулі та крузі. Метод Фур’є для рівняння Пуассона в крузі. Метод потенціалів.*

*Тема 1.*Побудова функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа в кулі. Класичне розв’язання задачі Діріхле для рівняння Лапласа в кулі.

*Тема 2.*Метод розподілу змінних для рівняння Пуассона в крузі.

*Тема 3.* Об’ємний потенціал і його властивості. Потенціал простого шару та його основні властивості. Потенціал подвійного шару і його основні властивості. Теорема про граничні значення потенціалів подвійного і простого шарів. Зведення граничних задач Діріхле і Неймана для оператора Лапласа до граничних інтегральних рівнянь.

*Розділ 3.**Спеціальні функції.*

*Тема 1.* Циліндричні функції. Рекурентні формули. Норми функцій Бесселя. Поліноми Лежандра. Властивості поліномів Лежандра. Рекурентні формули. Рівняння Лежандра. Приєднані функції Лежандра. Властивості приєднаних функцій Лежандра. Означення сферичної функції. Приклади.

*Розділ 4.**Теорія параболічних рівнянь.*

*Тема 1.*Класичні розв’язки рівняння теплопровідності. Принцип максимуму. Його наслідки.Рівняння теплопровідності на всій осі. Теорема єдиності класичного розв’язку. Однорідне та неоднорідне рівняння теплопровідності на всій осі. Формули Пуассона.

*Тема 2.*Рівняння теплопровідності на півосі.

*Тема 3.* Рівняння теплопровідності в обмеженій області. Метод Фур’є.

Метод Фур’є для задачі охолонення круглого циліндра.

*Розділ 5.**Теорія гіперболічних рівнянь.*

*Тема 1.*Хвильове рівняння на всій осі. Формули Даламбера, Пуасcона, Кірхгофа. Теорема існування та єдиності класичних розв’язків. Хвильова інтерпретація розв’язків.

*Тема 2.*Хвильове рівняння на півoсі.

*Тема 3.*Хвильове рівняння в обмеженій області. Метод Фур’є.

*Тема 4.*Поширення хвиль у просторі. Метод Фур’є для рівняння коливань круглої мембрани.

**3. Структура навчальної дисципліни.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Назви розділів і тем | Кількість годин | | | | | | | | | | | | | |
| денна форма | | | | | | | заочна форма | | | | | |
| усього | у тому числі | | | | | | усього | у тому числі | | | | | |
| л | п | лаб. | інд. | | с. р. | л | п | лаб. | інд. | с. р. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| **Розділ 1.** Загальна теорія рівнянь з частинними похідними. Теорія гармонічних функцій. Метод функції Гріна для еліптичних задач. | | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Класифікація лінійних рівнянь другого порядку з частинними похідними. Постановки основних крайових задач для оператора Лапласа. Поняття класичного розв’язку. | 8\* | 2 | 2 |  | |  | 4 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2. Формули Гріна для оператора Лапласа.Гармонічні функції. Теореми про середнє.Принцип максимуму для гармонічних функцій. Наслідки принципу максимуму для гармонічних функцій. | 10\* | 4 | - |  | |  | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 3.Функція Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа. Означення, фізичний зміст, властивості. Побудова функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа для найпростіших тривимірних областей. | 10\* | 2 | 2 |  | |  | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 4.Застосування методу конформних відображень для побудови функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа для найпростіших двовимірних областей. | 12\* | 2 | ­2 |  | |  | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Усього за розділом1 | 40\* | 10 | 6 |  | |  | 24 |  |  |  |  |  |  |
| **Розділ 2.** Крайова задача рівняння Пуассона в кулі та крузі. Метод Фур’є для рівняння Пуассона в крузі. Метод потенціалів. | | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Побудова функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа в кулі. Класичні розв’язки задачі Діріхле для рівняння Лапласа в кулі. | 14\* | 4 | 2 |  |  | | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2.Метод Фур’є для рівняння Пуассона в крузі. | 12\* | 2 | 2 |  |  | | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 3. Об’ємний потенціал і його властивості. Потенціал простого шару і його основні властивості. Потенціал подвійного шару і його основні властивості. Теорема про граничні значення потенціалів подвійного і простого шарів. Зведення граничних задач Діріхле і Неймана для оператора Лапласа до граничних інтегральних рівнянь. | 14\* | 4 | 2 |  |  | | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Усього за розділом2 | 40\* | 10 | 6 |  |  | | 24 |  |  |  |  |  |  |
| **Розділ 3.** Спеціальні функції. | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Циліндричні функції. Рекурентні формули. Норми функцій Бесселя. Поліноми Лежандра. Властивості поліномів Лежандра. Рекурентні формули. Рівняння Лежандра. Приєднані функції Лежандра. Властивості приєднаних функцій Лежандра. Означення сферичної функції. Приклади. | 10\* | 4 | - |  |  | | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Усього за розділом3 | 10\* | 4 | - |  |  | | 6 |  |  |  |  |  |  |
| РУсього за 1 семестр | 90\* | 24 | 12 |  |  | | 54 |  |  |  |  |  |  |
| **Розділ 4.** Теорія параболічних рівнянь. | | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1.Класичні розв’язки рівняння теплопровідності. Принцип максимуму. Його наслідки.Рівняння теплопровідності на всій осі. Теорема єдиності класичного розв’язку. Однорідне та неоднорідне рівняння теплопровідності на всій осі. Формули Пуассона. | 14\* | 4 | 4 |  |  | | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2.Рівняння теплопровідності на півосі. | 10\* | 4 | 4 |  |  | | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 3.Рівняння теплопровідності в обмеженій області. Метод Фур’є. | 14\* | 6 | 6 |  |  | | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Усього за розділом4 | 52\* | 14 | 14 |  |  | | 24 |  |  |  |  |  |  |
| **Розділ 5.** Теорія гіперболічних рівнянь. | | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1.Хвильове рівняння на всій осі. Формули Даламбера, Пуассона, Кірхгофа. Теорема існування та єдиності класичних розв’язків. Хвильова інтерпретація розв’язків. | 20\* | 6 | 6 |  |  | | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2.Хвильове рівняння на півосі. | 16\* | 4 | ­4 |  |  | | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 3.Хвильове рівняння в обмеженій області. Метод Фур’є. | 16\* | 4 | 4 |  |  | | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 4.Поширення хвиль у просторі. Метод Фур’є для рівняння коливань круглої мембрани. | 16\* | 4 | 4 |  |  | | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Усього за розділом4 | 68\* | 18 | 18 |  |  | | 32 |  |  |  |  |  |  |
| Усього за 2 семестр | 120\* | 32 | 32 |  |  | | 56 |  |  |  |  |  |  |
| Усього годин | **210\*** | **56** | **44** |  |  | | **110** |  |  |  |  |  |  |

**)\* Викладаються дистанційно, на платформі ZOOM**

**4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №  з/п | Назва теми | Кількість  годин |
| 1 | Зведення лінійних рівнянь другого порядку до канонічного виду. | 2 |
| 2 | Побудова функції Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа методом симетричного відображення. | 2 |
| 3 | Побудова функції Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа методом конформного відображення. | 2 |
| 4 | Метод Фур’є для еліптичних рівнянь. Випадок елементарних власних функцій. | 2 |
| 5 | Розв’язання еліптичних рівнянь методом потенціалів. | 2 |
| 6 | Контрольна робота. | 2 |
| Усього за 1 семестр |  | 12 |
| 1 | Задача Коші для рівняння теплопровідності. | 4 |
| 2 | Рівняння теплопровідності на півосі. | 4 |
| 3 | Рівняння теплопровідності на відрізку. Метод Фур’є. | 6 |
| 5 | Задача Коші для хвильового рівняння. | 4 |
| 6 | Хвильове рівняння на півосі. | 4 |
| 7 | Хвильове рівняння на відрізку. Метод Фур’є. | 4 |
| 8 | Задача коливань круглої мембрани. Метод Фур’є із застосуванням циліндричних функцій. | 2 |
| 9 | Контрольна робота. | 2 |
| Усього за 2 семестр |  | 32 |
| **Усього** |  | **44** |

**5. Завдання для самостійної роботи.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №  з/п | Види, зміст самостійної роботи | Кількість  годин |
| 1 | Класифікація лінійних рівнянь другого порядку з частинними похідними. Постановки основних крайових задач для оператора Лапласа. Поняття класичного розв’язку. | 4 |
| 2 | Формули Гріна для оператора Лапласа.Гармонічні функції. Теореми про середнє.Принцип максимуму для гармонічних функцій. Наслідки принципу максимуму для гармонічних функцій. | 6 |
| 3 | Функція Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа. Означення, фізичний зміст, властивості. Побудова функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа для найпростіших тривимірних областей. | 6 |
| 4 | Застосування методу конформних відображень для побудови функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа для найпростіших двовимірних областей | 8 |
| 5 | Побудова функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа в кулі. Класичне розв’язання задачі Діріхле для рівняння Лапласа в кулі. | 8 |
| 6 | Метод Фур’є для рівняння Пуассона в крузі. | 8 |
| 7 | Об’ємний потенціал і його властивості. Потенціал простого шару і його основні властивості. Потенціал подвійного шару і його основні властивості. Теорема про граничні значення потенціалів подвійного і простого шарів. Зведення граничних задач Діріхле і Неймана для оператора Лапласа до граничних інтегральних рівнянь. | 8 |
| 8 | Циліндричні функції. Рекурентні формули. Норми функцій Бесселя. Поліноми Лежандра. Властивості поліномів Лежандра. Рекурентні формули. Рівняння Лежандра. Приєднані функції Лежандра. Властивості приєднаних функцій Лежандра. Означення сферичної функції. Приклади. | 6 |
| Усього за 1 семестр |  | 54 |
| 9 | Класичні розв’язки рівняння теплопровідності. Принцип максимуму. Його наслідки.Рівняння теплопровідності на всій осі. Теорема єдиності класичного розв’язку. Однорідне та неоднорідне рівняння теплопровідності на всій осі. Формули Пуассона. | 8 |
| 10 | Рівняння теплопровідності на півосі. | 8 |
| 11 | Рівняння теплопровідності в обмеженій області. Метод Фур’є. | 8 |
| 12 | Хвильове рівняння на всій осі. Формула Даламбера. Теорема існування та єдиності класичних розв’язків. Хвильова інтерпретація розв’язків. | 8 |
| 13 | Хвильове рівняння на півосі. | 8 |
| 14 | Хвильове рівняння в обмеженій області. Метод Фур’є. Метод Фур’є для рівняння коливань круглої мембрани. | 4 |
| 15 | Підготовка до іспиту | 4 |
| Усього за 2 семестр |  | 56 |
|  | Усього | **110** |

**6. Індивідуальні завдання.**

1. *Не передбачені планом*

**7. Методи навчання**

– лекції;

– практичні заняття;

– самостійна робота.

**8. Методи контролю.**

–контрольна робота.

–залік.

–екзамен.

**9. Схема нарахування балів.**

**7 семестр**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання | | | | | | | | | | | | | | Залікова робота | | Сума | |
| Розділ 1 | | | | | Розділ 2 | | | Розділ 3 | | Контрольна робота, передбачена навчальним планом | | Разом | |
| Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | Т1 | | Т2 | Т3 | Т1 | 40 | | 60 | | 40 | | 100 | |
| 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | | 2 | 3 | 3 |

**8 семестр**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання | | | | | | | | | Екзамен | Сума |
| Розділ 4 | | | Розділ 5 | | | | Контрольна робота, передбачена навчальним планом | Разом |
| Т1 | Т2 | Т3 | Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | 40 | 60 | 40 | 100 |
| 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |

**Критерії оцінювання**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оцінка в балах | Оцінка за національною шкалою | |
| Оцінка | Пояснення | |
| 90 – 100 | Відмінно | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою. |
| 70 – 89 | Добре | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками. |
| 50 –69 | Задовільно | Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками. |
| 1–49 | Незадовільно | Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки |

**Шкала оцінювання**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка | |
| для чотирирівневої шкали оцінювання | для дворівневої шкали оцінювання |
| 90 – 100 | відмінно | зараховано |
| 70-89 | добре |
| 50-69 | задовільно |
| 1-49 | незадовільно | не зараховано |

**9. Рекомендована література**

**Базова**

1. Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных, М.: Высш. школа, 1977.
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики, М.: Наука, 1966, 1972, 1977.
3. Владимиров В. С. , Уравнения математической физики : Учебник для вузов : 5-е изд.,доп.. - М. : Наука, 1988 .

**Допоміжна**

1. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных, М.: Наука, 1983.
2. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики, М.: Наука, 1973.

**10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення**

1. www-library.univer.kharkov.ua
2. http://puremath.univer.kharkov.ua/~Fastovskaya

### 3.Wolfram Math World: <http://mathworld.wolfram.com/topics/PartialDifferentialEquations.html>

4.Wikipedia: <https://en.wikipedia.org/wiki/Differential_equation#Partial_differential_equations>

5. MathOverflow: <http://mathoverflow.net/questions/tagged/differential-equations>