

Питання до опитування з диференціальної геометрії

2020/21

1. Гладка структура, гладкий многовид, гладке відображення. Приклади.
2. Криві на гладкому многовиді. Замкнені криві. Еквівалентність. Регулярні і вкладені криві в \mathbb{R}^n . Дотична. Довжина кривої в E^n . Натуральний параметр.
3. неявно задані криві на площині. Теорема Уїтні про неявно задані гіперповерхні. Обгортки.
4. Репер Френе, кривини, формули Френе для кривих в E^n . Основна теорема теорії кривих.
5. Геометрична характеристика першої кривини. Репер Френе, кривина і скрут кривих в E^2 і E^3 . Еволюти і евольвенти, опуклість плоских кривих.
6. Дотичний простір підмноговиду в \mathbb{R}^m . Дотичний вектор кривої у підмноговиді.
7. Дотичний простір гладкого многовида. Гладкі функції Урисона. Еквівалентність означень дотичного простору. Дотичний вектор кривої.
8. Диференціал і ранг гладкого відображення. Приклади. Дифеоморфізми і локальні дифеоморфізми, критичні точки, субмерсії, занурення, вкладення.
9. Підмноговиди, різні означення, еквівалентність. Теорема про занурення і вкладення (Уїтні), про прообраз регулярного значення (без доведень).
10. Векторні розшарування. Дотичне розшарування. Векторне розшарування як гладкий многовид.
11. Перетини векторного розшарування та їхня гладкість. Модуль перетинів.
12. Тензори в точці. Тензорне розшарування і тензорні поля. Векторне поле. Векторне поле як диференціювання. Скобка Лі та її властивості. Інтегрування векторних полів. Повні поля і потоки.
13. Гладкі форми. Форма на многовиді як форма від векторних полів. Узагальнення цієї конструкції на загальні тензорні поля. Кодиференціал.
14. Симетричні та зовнішні форми. Симетричний і зовнішній добуток, властивості. Зовнішні n -форми на n -вимірному многовиді.
15. Орієнтовність многовидів, орієнтації. Випадок зв'язного многовиду. Дезорієнтуючі шляхи і неорієнтовність. Приклади.
16. Кубовні множини. Розбиття одиниці. Інтегрування форм на орієнтованому многовиді. Диференціал зовнішньої форми. Теорема Стокса. (Без доведень.)
17. Ріманова метрика, ріманів многовид. Перша фундаментальна форма підмноговиду. Приклади. Довжина шляху на рімановому многовиді та її властивості. Натуральний параметр. Кут між кривими.

- 18.Ріманова форма об'єму та об'єм множин. Підйом та спуск індексів. Коетрика. Сума ріманових метрик.
- 19.Ізометрії. Критерії ізометричності. Локальна ізометричність. Приклади.
- 20.Конформна еквівалентність. Критерії конформності. Приклади. Теорема Корна-Ліхтенстайна (без доведення).