

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра **фундаментальної математики**

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Проректор з науково-педагогічної роботи

Антон ПАНТЕЛЕЙМОНОВ

\_\_\_\_\_

“ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2020 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

**ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ**  
(змішана форма навчання)

рівень вищої освіти **бакалавр**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **обов’язкова**

факультет **математики і інформатики**

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

31 серпня 2020 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Ямпольський Олександр Леонідович, докт. фіз.-мат. наук, доцент кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики

Протокол від 31 серпня 2020 року № 1.

Завідувач кафедри

Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол від 31 серпня 2020 року № 1.

Голова методичної комісії

Ольга АНОЩЕНКО

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Диференціальна геометрія” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавр спеціальності **111-математика** освітня програма «**Математика**»

### Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни “Диференціальна геометрія” полягає в оволодінні основами диференціальної геометрії кривих та поверхонь у 3-вимірному евклідовому просторі

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни “Диференціальна геометрія” полягають у послідовному застосуванні методів математичного аналізу, лінійної алгебри та топології для вивчення геометричних властивостей кривих і поверхонь в тривимірному просторі.

1.3. Кількість кредитів – **4**

1.4. Загальна кількість годин – **120**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
<b>3-й</b>	
Семестр	
<b>5-й</b>	
Лекції	
<b>32 год.</b>	
Практичні, семінарські заняття	
<b>32 год.</b>	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
<b>56 год.</b>	
Індивідуальні завдання	
Розрахунково-графічна робота (1)	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

**знати:**

- означення регулярної кривої і поверхні;
- означення натурального параметру для кривої;
- означення кривини і скруту кривої;
- основну теорему теорії кривих на площині і в просторі;
- означення сферичного образу кривої і поверхні;
- означення першої і другої фундаментальних форм для поверхні;
- означення ізометрії та конформного відображення, критерії;
- означення головних кривин та головних напрямів на поверхні, ліній кривини;
- означення гаусової та середньої кривин поверхні;
- класифікацію точок регулярної поверхні за щільнодотичним параболоїдом і гаусовою кривиною;
- визначення асимптотичних напрямків та асимптотичних ліній;
- дериваційні формули Гауса і Вейнгартена;

- означення геодезичної лінії;
- означення мінімальної поверхні;

**уміти:**

- знайти кривину і скрут кривої;
- знайти рівняння ребер і граней тригранника Френе;
- знайти довжину кривої на заданому проміжку;
- знайти параметричне рівняння плоскої кривої за її кривиною, радіусом кривини та опорною функцією;
- знайти еволюту та евольвенту плоскої кривої;
- знайти першу та другу фундаментальні форми поверхні;
- знайти площу області на поверхні;
- знайти кут між кривими на поверхні;
- знайти головні кривини і напрямки на поверхні;
- знайти Гаусову і середню кривини поверхні;
- знайти лінії кривини та асимптотичні лінії на поверхні;
- знайти геодезичну кривизну кривої на поверхні;

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### **Розділ 1.** Способи задання кривих і поверхонь

#### *Тема 1. Способи задання кривих*

Параметризовані криві; неявно задані криві; регулярні криві; дотична пряма; нормаль до плоскої кривої.

#### *Тема 2. Способи задання поверхонь*

Параметризовані поверхні; неявно задані поверхні; регулярні поверхні; дотична площина; нормаль до поверхні.

### **Розділ 2.** Теорія кривих

#### *Тема 1. Теорія плоских кривих*

Основні положення теорії кривих; поняття регулярної кривої; натуральна параметризація; кривина кривої; формули Френе; основна теорема теорії плоских кривих; обвідна; еволюта і евольвента плоскої кривої; овали, теорема про 4 вершини овалу; овали сталої ширини.

#### *Тема 2. Теорія просторових кривих*

Репер Френе та тригранник Френе; скрут кривої; формули Френе;

Щільний дотик кривих і поверхонь; стична площина та стична сфера; основна теорема теорії кривих у  $E^3$ .

### **Розділ 3.** Теорія поверхонь

#### *Тема 1. Перша фундаментальна форма поверхні*

Поняття регулярної поверхні; дотична площина поверхні; перша фундаментальна форма поверхні; довжина кривої, кут між кривими, площа області на поверхні; відображення поверхонь, ізометрія, конформні відображення.

#### *Тема 2 Друга фундаментальна форма поверхні*

Друга фундаментальна форма поверхні; стичний параболоїд поверхні.

Сферичне (гаусове) відображення; гаусова кривина поверхні; нормальна кривина; головні кривини і головні напрямки; формули Родріга; індикатриса Дюпена; формула Ейлера; цілком омбілічні поверхні; лінії кривини; асимптотичні лінії; геодезична кривина кривої; геодезичні лінії.

#### *Тема 3 Основні рівняння теорії поверхонь*

Дериваційні формули Гауса і Вейнгартена; теорема Egregium Гауса; рівняння Гауса і Кодацці; теорема Бонне.

## 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд.	с. р.		л	п	лаб	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Способи завдання кривих і поверхнь</b>												
Тема 1. Способи завдання кривих	12	2*	2			8						
Тема 2. Способи завдання поверхонь	12	2*	2			8						
Усього за розділом 1	24	4*	4			16						
<b>Розділ 2. Теорія кривих</b>												
Тема 1. Теорія плоских кривих	22	6*	6			10						
Тема 2. Теорія просторових кривих	16	4*	4			8						
Усього за розділом 2	38	10*	10			18						
<b>Розділ 3. Теорія поверхонь</b>												
Тема 1. Перша фундаментальна форма поверхні	20	6*	6			8						
Тема 2. Друга фундаментальна форма поверхні	24	8*	8			8						
Тема 3. Основні рівняння теорії поверхонь	14	4*	4			6						
Усього за розділом 3	58	18*	18			22						
<b>Усього годин</b>	<b>120</b>	<b>32</b>	<b>32</b>			<b>56</b>						

)\* Викладаються дистанційно, на платформі ZOOM

## 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Поняття регулярної кривої; дотична пряма; нормаль до плоскої кривої	2
2	Параметризовані поверхні; неявно задані поверхні; регулярні поверхні; дотична площина; нормаль до поверхні	2
3	Натуральна параметризація; кривина кривої; формули Френе;	2
4	Основна теорема теорії плоских кривих	2
5	Обвідна; еволюта і евольвента плоскої кривої	2
6	Репер Френе та тригранник Френе; скрут кривої; формули Френе;	2
7	Щільний дотик кривих і поверхонь; стична площина та стична сфера;	2
8	Поняття регулярної поверхні; дотична площина поверхні; перша фундаментальна форма поверхні; довжина кривої;	2
9	Кут між кривими, площа області на поверхні; ізометрія; конформні відображення.	2

10	Друга фундаментальна форма поверхні; стичний параболоїд поверхні; сферичне (гаусове) відображення; гаусова кривина поверхні;	2
11	Нормальна кривина; головні кривини і головні напрямки; формули Родріга;	2
12	Індикатриса Дюпена; формула Ейлера; цілком омбілічні поверхні;	2
13	Лінії кривини; асимптотичні лінії;	2
14	Геодезична кривина кривої; геодезичні лінії	2
15	Дериваційні формули Гауса і Вейнгартена;	2
16	Теорема Egregium Гауса;	2
	Усього	<b>32</b>

### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст для самостійної роботи	Кількість годин
1	Розв'язання задач за темами: дотична пряма; нормаль до плоскої кривої;	2
2	Розв'язання задач за темами: регулярні поверхні; дотична площина; нормаль до поверхні	2
3	Розв'язання задач за темами: натуральна параметризація; кривина кривої; формули Френе;	4
4	Розв'язання задач за темами: основна теорема теорії плоских кривих	2
5	Розв'язання задач за темами: обвідна; еволюта і евольвента плоскої кривої	2
6	Розв'язання задач за темами: репер Френе; скрут кривої; формули Френе;	4
7	Розв'язання задач за темами: щільний дотик кривих і поверхонь;	4
8	Розв'язання задач за темами: перша фундаментальна форма поверхні; довжина кривої;	4
9	Розв'язання задач за темами: кут між кривими, площа області на поверхні; ізометрія;	4
10	Розв'язання задач за темами: друга фундаментальна форма поверхні; гаусова кривина поверхні;	4
11	Розв'язання задач за темами: нормальна кривина; головні кривини і головні напрямки	4
12	Розв'язання задач за темами: індикатриса Дюпена; формула Ейлера;	4
13	Розв'язання задач за темами: лінії кривини; асимптотичні лінії;	4
14	Розв'язання задач за темами: геодезична кривина кривої; геодезичні лінії	4
15	Розв'язання задач за темами: дериваційні формули Гауса і Вейнгартена;	4
16	Розв'язання задач за темами: теорема Egregium Гауса;	4
	Усього	<b>56</b>

### 6. Індивідуальні завдання

Розрахунково-графічна робота: «Залікове завдання з теорії кривих і поверхонь».

### 7. Методи контролю

- облік відвідування аудиторних занять;
- перевірка виконання розрахунково-графічних робіт (1), контрольних робіт (2)

### 8. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання						Екзамен	сума				
Розділ 1		Розділ 2		Розділ 3				контрольні роботи, передбачені навчальним планом	колоквиум	індивідуальні завдання	Разом
T1	T2	T1	T2	T1	T2						
5	5	5	5	5	5	10		20	60	40	100

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

### Критерії оцінювання

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

### 9. Рекомендована література

#### Базова

1. Борисенко О. А. Диференціальна геометрія і топологія. Основа, 1995 р.
2. Кованцов Н.Н. и др. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сборник задач, Вища школа, 1982.
3. Аминов Ю.А. Дифференциальная геометрия и топология кривых, Наука, 1987.
4. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. М, Наука 1986.
5. Рашевский П.К. Дифференциальная геометрия. М., Наука, 1948.

#### Допоміжна

1. Позняк Э. Г., Шикин В.Б. Дифференциальная геометрия. Первое знакомство. М., Наука, 1986
2. Бляшке В. Дифференциальная геометрия. ОНТИ, 1935.

### 10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. [www-library.univer.kharkov.ua](http://www-library.univer.kharkov.ua)
2. <http://puremath.univer.kharkov.ua/~yampolsky>