Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра фундаментальної математики

“**ЗАТВЕРДЖУЮ**”

Проректор з науково- педагогичної роботи

Антон ПАНТЕЛЕЙМОНОВ

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

“\_\_\_\_”\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20 \_\_ р.

# Робоча програма навчальної дисципліни

**Рівняння з частинними похідними - I**

(змішана форма навчання)

рівень вищої освіти **магістр**

галузь знань **11 – Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

спеціалізація \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(шифр і назва)

вид дисципліни **обов’язкова**

факультет **математики і інформатики**

2020 / 2021 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

31 серпня 2020 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Фастовська Тамара Борисівна, к. ф.-м. н.,**

**доцент кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики

протокол № 1 від 31 серпня 2020 року.

Завідувач кафедри Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (наукової) програми «Математика».

Гарант освітньої (наукової)

програми Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика».

Гарант освітньої (професійної)

програми Вячеслав ГОРДЕВСЬКИЙ

Програму погоджено методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол № 1 від 31 серпня 2020 року.

Голова методичної комісії Ольга АНОЩЕНКО

**Вступ**

Програма навчальної дисципліни **« Рівняння з частинними похідними - I»** складена відповідно до освітньо-професійної та освітньо-наукової програми підготовки **магістр**

спеціальності **111 Математика**

освітня програма **«Математика»**

**1. Опис навчальної дисципліни.**

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є навчання майбутніх магістрів основам теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними та її застосування до дослідження загальних еліптичних, параболічних та гіперболічних лінійних та деяких нелінійних диференціальних рівнянь.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є ознайомлення майбутніх магістрів з основними методами дослідження загальних лінійних та деяких нелінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними.

1.3. Кількість кредитів – 5

1.4. Загальна кількість годин 150

|  |  |
| --- | --- |
| 1.5. Характеристика навчальної дисципліни | |
| Нормативна / за вибором | |
| Денна форма навчання | Заочна (дистанційна) форма навчання |
| Рік підготовки | |
| 1-й |  |
| Семестр | |
| 1-й |  |
| Лекції | |
| 30 год. |  |
| Практичні, семінарські заняття | |
| 30 год. |  |
| Лабораторні заняття | |
|  |  |
| Самостійна робота | |
| 90 год. |  |
| у тому числі індивідуальні завдання | |
| 20 год. | |

1.6. Заплановані результати навчання

**Знати:**

* основні типи лінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними;
* теорію просторів Соболєва;
* методи теоретичного вивчення проблеми існування слабких розв’язків еліптичних, параболічних та гіперболічних рівнянь;
* методи дослідження регулярності слабких розв’язків
* метод компактності для дослідження існування розв’язків нелінійних рівнянь з частинними похідними.

**Вміти:**

* застосовувати теорію просторів Соболєва для дослідження загальних еліптичних, параболічних та гіперболічних рівнянь другого порядку;
* використовувати сучасні методи вивчення проблеми існування розв’язків рівнянь з частинними похідними, що виникають у природознавстві;
* застосовувати методи побудови наближених розв’язків до задач еліптичного, параболічного та гіперболічного типів.

**2. Тематичний план навчальної дисципліни.**

*Розділ 1. Простори Соболєва-Слободецького.*

*Тема 1. Простори Соболєва-Слободецького цілого порядку.*

Означення та властивості основних та узагальнених функцій. Регуляризації.

Означення просторів Соболєва-Слободецького  та їх елементарні властивості. Апроксимація гладкими функціями. Теорема про продовження. Теорема про слід.

*Тема 2. Нерівності Соболєва*.

Нерівність Гальярдо-Ніренберга-Соболєва. Нерівність Моррі. Загальні нерівності Соболєва.

*Тема 3. Компактність.*

Теореми вкладення. Теорема Релліха-Кондрашова. Нерівності Пуанкаре.

*Тема 4. Інші види соболєвських просторів.*

Перетворення Фур’є та його властивості. Застосування до означення просторів Соболєва у всьому просторі. Еквівалентні норми. Простори Соболєва нецілих та від’ємних порядків в обмеженій області. Означення просторів Соболєва, що залежать від часу, теореми про компактність.

*Розділ 2. Теорія лінійних еліптичних рівнянь з частинними похідними другого порядку*

*Тема 1. Рівномірні еліптичні рівняння*.

Поняття слабкого розв’язку. Теорема Лакса-Мільграма.

*Тема 2. Енергетичні оцінки*.

Теореми існування слабких розв’язків еліптичних рівнянь.

*Тема 3. Регулярність слабких розв’язків*.

Внутрішня регулярність. Внутрішня регулярність високого порядку. Регулярність до границі. Регулярність до границі високого порядку.

*Тема 4. Симетричні еліптичні оператори*.

Узагальнені власні значення та функції симетричних еліптичних операторів. Теорема Стеклова.

*Розділ 3. Теорія параболічних рівнянь.*

*Тема 1. Гальоркінські апроксимації*.

Поняття слабкого розв’язку параболічного рівняння. Гальоркінські апроксимації. Конструкція наближених розв’язків. Енергетичні оцінки. Теорема існування слабкого розв’язку. Єдиність слабкого розв’язку.

*Тема 2. Регулярність слабких розв’язків*.

Формальні оцінки. Теорема про поліпшену регулярність. Регулярність високого порядку.

*Розділ 4. Теорія гіперболічних рівнянь*

*Тема 1. Гальоркінські апроксимації*.

Поняття слабкого розв’язку гіперболічного рівняння. Конструкція наближених розв’язків. Енергетичні оцінки. Теорема існування слабкого розв’язку. Єдиність слабкого розв’язку.

*Тема 2. Регулярність слабких розв’язків*.

Теорема про поліпшену регулярність. Регулярність високого порядку.

*Розділ 5.Метод компактності.*

Метод компактності на прикладі рівняння нелінійних коливань пластини в надзвуковому потоці газу.

**3. Структура навчальної дисципліни.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Назви розділів і тем | Кількість годин | | | | | | | | | | | | |
| денна форма | | | | | | | заочна форма | | | | | |
| усього | у тому числі | | | | | | усього | у тому числі | | | | |
| л | п | лаб. | інд. | | с. р. | л | п | лаб. | інд. | с. р. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| **Розділ 1.** Простори Соболєва-Слободецького. | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Простори Соболєва-Слободецького цілого порядку. | 10 | 2\* | 2\* |  | |  | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2. Нерівності Соболєва. | 10 | 2\* | 2\* |  | |  | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 3. Компактність. | 10 | 2\* | 2\* |  | |  | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 4.  Інші види соболєвських просторів. | 16 | 2\* | 2\* |  | |  | 12 |  |  |  |  |  |  |
| Разом за розділом 1 | 46 | 8\* | 8\* |  | |  | 30 |  |  |  |  |  |  |
| **Розділ 2.** Теорія лінійних еліптичних рівнянь з частинними похідними другого порядку. | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Рівномірні еліптичні рівняння. | 10 | 2\* | 2\* |  |  | | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2. Енергетичні оцінки. | 10 | 2\* | 2\* |  |  | | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 3. Регулярність слабких розв’язків. | 10 | 2\* | 2\* |  |  | | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 4. Симетричні еліптичні оператори. | 10 | 2\* | 2\* |  |  | | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Разом за розділом2 | 40 | 8\* | 8\* |  |  | | 24 |  |  |  |  |  |  |
| **Розділ 3.** Теорія параболічних рівнянь. | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Гальоркінські апроксимації. | 10 | 2\* | 2\* |  |  | | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2. Регулярність слабких розв’язків. | 10 | 2\* | 2\* |  |  | | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Разом за розділом3 | 20 | 4\* | 4\* |  |  | | 12 |  |  |  |  |  |  |
| **Розділ 4.** Теорія гіперболічних рівнянь. | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Гальоркінські апроксимації. | 10 | 2\* | 2\* |  |  | | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2. Регулярність слабких розв’язків. | 12 | 2\* | 2\* |  |  | | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Усього за розділом4 | 22 | 4\* | 4\* |  |  | | 14 |  |  |  |  |  |  |
| **Розділ 5**. Метод компактності. | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Метод компактності | 22 | 6\* | 6\* |  |  | | 10 |  |  |  |  |  |  |
| Усього за розділом 5 | 22 | 6\* | 6\* |  |  | | 10 |  |  |  |  |  |  |
| Усього годин | 150 | 30\* | 30\* |  |  | | 90 |  |  |  |  |  |  |

**)\* Викладаються дистанційно, на платформі ZOOM**

**4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №  з/п | Назва теми | Кількість  годин |
| 1 | Означення просторів Соболєва  та їх елементарні властивості. | 2 |
| 2 | Нерівності Соболєва. Нерівність Гальярдо-Ніренберга-Соболєва. Нерівність Моррі. | 2 |
| 3 | Компактність. Теореми вкладення. | 2 |
| 4 | Простори Соболєва нецілих та від’ємних порядків. Простори Соболєва, що залежать від часу. | 2 |
| 5 | Слабкі формулювання крайових задач для еліптичних рівнянь. | 2 |
| 6 | Застосування теореми Лакса-Мільграма. | 2 |
| 7 | Регулярність слабких розв’язків. | 2 |
| 8 | Задача на власні значення для еліптичних операторів. | 2 |
| 9 | Застосування метода Гальоркіна до параболічних рівнянь. | 2 |
| 10 | Регулярність слабких розв’язків параболічних рівнянь. | 2 |
| 11 | Застосування метода Гальоркіна до хвильового рівняння. | 2 |
| 12 | Регулярність слабких розв’язків гіперболічних рівнянь. | 2 |
| 13 | Метод компактності. | 4 |
| 14 | Контрольна робота. | 2 |
| **Разом** |  | **30** |

**5. Завдання для самостійної роботи.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №  з/п | Види, зміст самостійної роботи | Кількість  годин |
| 1 | Означення просторів Соболєва  та їх елементарні властивості. | 6 |
| 2 | Нерівності Соболєва. Нерівність Гальярдо-Ніренберга-Соболєва. Нерівність Моррі | 6 |
| 3 | Компактність. Теореми вкладення. | 6 |
| 4 | Перетворення Фур’є та його властивості. Застосування до означення просторів Соболєва у всьому просторі. Еквівалентні норми. Простори Соболєва нецілих та від’ємних порядків в обмеженій області. Простори Соболєва, що залежать від часу. | 6 |
| 5 | Слабкі формулювання крайових задач для еліптичних рівнянь. Теорема Лакса-Мільграма. | 6 |
| 6 | Теореми існування слабких розв’язків еліптичних рівнянь. | 6 |
| 7 | Регулярність слабких розв’язків. | 6 |
| 8 | Задача на власні значення для еліптичних операторів. | 6 |
| 9 | Застосування метода Гальоркіна до рівняння Пуассона. Метод компактності. | 6 |
| 10 | Регулярність слабких розв’язків параболічних рівнянь. | 6 |
| 11 | Застосування метода Гальоркіна до хвильового рівняння. Метод компактності. | 6 |
| 12 | Регулярність слабких розв’язків гіперболічних рівнянь. | 2 |
| 13 | Метод компактності. |  |
| 14 | Підготовка до екзамену. | 6 |
| **Разом** |  | **90** |

**6. Індивідуальні завдання.**

Розрахунково-графічна робота (1)

**7. Методи навчання.**

– лекції;

– практичні заняття;

– самостійна робота.

**8. Методи контролю.**

–контрольна робота (1).

–екзамен.

**9. Схема нарахування балів**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання | | | | | | | | | | | | | | | | Екзамен | Сума |
| Розділ 1 | | | | Розділ 2 | | | | Розділ 3 | | Розділ 4 | | Розділ 5 | Контрольна робота, передбачена навчальним планом | Розрахунково-графічна робота передбачена навчальним планом | Разом |
| Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | Т1 | Т2 | Т1 | Т2 | Т1 | 20 | 20 | 60 | 40 | 100 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |

**Критерії оцінювання**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оцінка в балах | Оцінка за національною шкалою | |
| Оцінка | Пояснення | |
| 90 – 100 | Відмінно | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою. |
| 70 – 89 | Добре | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками. |
| 50 –69 | Задовільно | Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками. |
| 1–49 | Незадовільно | Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки |

**Шкала оцінювання**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка | |
| для екзамену | Для заліку |
| 90 – 100 | відмінно | зараховано |
| 70-89 | добре |
| 50-69 | задовільно |
| 1-49 | незадовільно | не зараховано |

**9. Рекомендована література**

**Основна література**

1. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных, М.: Наука, 1983.
2. Чуешов [И.Д.,](http://library.univer.kharkov.ua/OpacUnicode/index.php?url=/auteurs/view/335994/source:default)  Введение в теорию бесконечномерніх диссипативніх систем, Харьков : Акта, 2002.
3. Evans L.C. Partial Differential Equations (2nd ed.), American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2010.

**Допоміжна література**

1. Владимиров В. С. , Уравнения математической физики : Учебник для вузов : 5-е изд.,доп.. - М. : Наука, 1988 .
2. Лионс Ж.-Л., Мадженес Э. Нелинейные граничные задачи и их приложения, М. : Мир, 1971.
3. Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных, М.: Высш. школа, 1977.
4. Gilbard D., Trudinger N., Elliptic Partial Differential Equations of Second Order (2nd ed.), Springer, 1983.
5. J. L. Lions, Quelques Méthodes de Résolution des Problèmes aux Limites Non Linéaires, Dunod, Paris, 1969.

**10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення**

1. www-library.univer.kharkov.ua
2. http://puremath.univer.kharkov.ua/~Fastovskaya

### 3.Wolfram Math World: <http://mathworld.wolfram.com/topics/PartialDifferentialEquations.html>

4.Wikipedia: <https://en.wikipedia.org/wiki/Differential_equation#Partial_differential_equations>

5. MathOverflow: <http://mathoverflow.net/questions/tagged/differential-equations>