Питання до іспиту «Рівняння з частинними похідними»

1. Узагальнені функції. Означення основних функцій. Лема про побудову. Щільність.
2. Функції-капелюшки. Регуляризації.
3. Означення узагальнених функцій. Повнота простору узагальнених функцій. Регулярні та сингулярні узагальнені функції. Узагальнені похідні.
4. Простори Соболєва-Слободецького цілого порядку. Основні властивості. Повнота.Теорема про апроксимацію гладкими функціями.
5. Продовження функцій з просторів Соболєва з обмеженої області у весь простір.
6. Сліди функцій з просторів Соболєва. Характеристична властивість W0k, p.
7. Нерівність Гальярдо-Ніренберга-Соболєва.
8. Нерівність Моррі. Загальні нерівності Соболєва.
9. Компактність. Теореми вкладення. Теорема Реліха-Кондрашова. Нерівності Пуанкаре.
10. Перетворення Фур’є узагальнених функцій та його властивості. Теорема Планшереля.
11. Означення просторі Соболєва у всьому просторі. Еквівалентні норми. Простори Соболєва нецілих та від’ємних порядків в обмеженій області.
12. Простори Соболєва, що залежать від часу, теореми про компактність.
13. Еліптичні рівняння. Поняття слабкого розв’язку. Теорема Лакса-Мільграма.
14. Енергетичні оцінки. Теореми існування слабких розв’язків еліптичних рівнянь.
15. Регулярність слабких розв’язків еліптичних рівнянь. Внутрішня регулярність.
16. Регулярність у всій області слабких розв’язків еліптичних рівнянь.
17. Симетричні еліптичні оператори. Енергетичний простір та його сепарабельність. Узагальнені розв’язки.
18. Розширення за Фрідріхсом, спектр додатно визначених операторів, варіаційне формулювання задачі про власний спектр.
19. Теореми про найменше власне значення та дискретність спектра додатно визначених операторів.
20. Властивості додатно визначених операторів з дискретним спектром.
21. Теорія параболічних рівнянь. Означення слабких розв’язків. Леми Гронуола. Метод Гальоркіна. Єдиність розв’язків.
22. Регулярність слабких розв’язків параболічних рівнянь.
23. Теорія гіперболічних рівнянь. Поняття слабкого розв’язку гіперболічного рівняння. Конструкція апроксимаційних розв’язків методу Гальоркіна. Енергетичні оцінки. Теорема існування слабкого розв’язку. Єдиність слабкого розв’язку.
24. Регулярність слабких розв’язків гіперболічних рівнянь.
25. Метод компактності на прикладі крайової задачі для рівняння Бергера. Допоміжна лінійна задача.
26. Метод компактності на прикладі крайової задачі для рівняння Бергера. Нелінійна задача.