**Рівняння математичної фізики**

**Контент**

*Розділ 1. Загальна теорія рівнянь з частинними похідними. Теорія гармонічних функцій. Метод функції Гріна для еліптичних задач.*

*Тема 1.* Класифікація лінійних рівнянь другого порядку з частинними похідними. Постановки основних крайових задач для оператора Лапласа. Поняття класичного розв’язку.

Означення диференціального рівняння з частинними похідними.

Приклади диференціальних рівнянь з частинними похідними.

Класифікація лінійних рівнянь другого порядку з частинними похідними.

Рівняння характеристик лінійних рівнянь другого порядку з частинними похідними.

Теорема про інваріантність характеристик.

*Тема 2.* Формули Гріна для оператора Лапласа.Гармонічні функціі. Теореми про середнє.Принцип максімуму для гармонічних функцій. Наслідки принципу максимума для гармонічних функцій.

Означення рівнянь Лапласа та Пуасона.

Формули Гріна для оператора Лапласа.

Означення гармонічної функції.

Сингулярні розв’язки рівняння Лапласа.

Інтегральне представлення гармонічних функцій.

Усереднююче ядро та його властивості.

Формулювання принципу максімуму для гармонічних функцій.

Пряма та зворотна теореми про середнє.

Постановки крайових задач рівняння Пуассона.

Означення класичних розв’язків крайових задач рівняння Пуассона.

*Тема 3.*Функція Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа. Означення, фізичний зміст, властивості. Побудова функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа для найпростіших тривимірних областей.

Означення функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа.

Властивості функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа та знаходження розв’язків крайових задач за допомогою функції Гріна.

*Тема 4.*Застосування методу конформних відображень для побудови функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа для найпростіших двовимірних областей

*Розділ 2.**Крайова задача рівняння Пуассона в кулі та крузі. Метод Фур’є для рівняння Пуассона в крузі. Метод потенціалів.*

*Тема 1.*Побудова функції Гріна задачі Діріхле для оператора Лапласа в кулі. Класичні розв’язки задачі Діріхле для рівняння Лапласа в кулі.

*Тема 2.*Метод Фур’є для рівняння Пуасона в крузі.

Формули Пуассона та Діні.

Теорема Ліувілля.

Похідні гармонічних функцій у нескінченності.

*Тема 3.* Об’ємний потенціал і його властивості. Потенціал простого шару та його основні властивості. Потенціал подвійного шару та його основні властивості. Теорема про граничні значення потенціалів подвійного і простого шарів. Зведення граничних задач Діріхле і Неймана для оператора Лапласа до граничних інтегральних рівнянь.

Теореми існування та єдиності для зовнішніх та внутрішніх задач Діріхле та Неймана для рівняння Лапласа на площині та у випадку розмірності більше двох.

 *Розділ 3 Спеціальні функції.*

*Тема 1.*Означення функцій Бесселя першого роду цілого порядку.

Рекурентні формули.

Норми функцій Бесселя.

Поліноми Лежандра.

Властивості поліномів Лежандра. Рекурентні формули.

Рівняння Лежандра.

Приєднані поліноми Лежандра.

Властивості приєднаних поліномів Лежандра.

Означення сферичої функції. Приклади.

*Розділ 4.**Теорія параболічних рівнянь*

*Тема 1.*Класичні розв’язки рівняння теплопровідності. Принцип максимуму для рівняння теплопровідності та наслідки.

Теорема єдиності для початково-крайових задач для рівняння теплопровідності.

Теорема єдиності для задачі Коші для рівняння теплопровідності.

Ядро Пуассона та його властивості.

Теорема існування розв’язків задачі Коші для однорідного рівняння теплопровідності. Формула Пуассона.

Метод Дюамеля для задачі Коші для однорідного рівняння теплопровідності. Формула Пуассона-Дюамеля.

Теорема існування розв’язків задачі Коші для неоднорідного рівняння теплопровідності.

*Тема 2.*Рівняння теплопровідності на півосі.

*Тема 3.* Рівняння теплопровідності в обмеженій області. Метод Фур'є. Теорема існування розв’язків першої початково-крайової задачі для однорідного рівняння теплопровідності. Метод Фур'є для задачі охолонення круглого циліндра.

 *Розділ 4.**Теорія гіперболічних рівнянь.*

*Тема 1.*Хвильове рівняння на всій вісі. Задача Коші для хвильового рівняння. Формула Даламбера. Теорема єдиності.

Фізична інтерпретація методу розповсюджуючихся хвиль.

Задача Коші для неоднорідного хвильового рівняння.

Стійкість розв’язків задачі Коші для хвильового рівняння.

*Тема 2.*Хвильове рівняння на півосі. Оператор усереднення за сферою.

Хвильове рівняння у просторі. Формула Кірхгофа.

Хвильове рівняння на площині. Формула Пуассона.

*Тема 3.* Хвильове рівняння в обмеженій області. Метод Фур’є.

*Тема 4.*Поширення хвиль у просторі. Метод Фур'є для рівняння коливань круглої мембрани. Теорема існування та єдиності розв’язків першої початково-крайової задачі для однорідного хвильового рівняння.

Мішана задача для неоднорідного хвильового рівняння.

Метод Фур’є для рівняння коливань круглої мембрани.