***Динамічні системи.***

***Контент.***

*Тема 1.**Поняття динамічної системи . Неперервні та дискретні динамічні системи.*

- Означення динамічної системи

- Дискретні та неперервні динамічні системи

-Топологічно еквівалентні ДС

-Приклади динамічних систем.

*Тема 2.**Траєкторії та інваріантні множини.*

1. Траєкторії та напівтраєкторії.

-Означення траєкторій

-Стаціонарні точки

-Цикл

1. Додатно інваріантні, від’ємно інваріантні, інваріантні множини та їх властивості.
2. Омега- та альфа-граничні множини та їх властивості.

-Лема про належність до омега- та альфа-граничної множини

-Інваріантність омега-граничної множини та альфа-граничної множини

-критерій стаціонарної точки або точки цикла

1. Граничні властивості індивідуальних траєкторій.

-Стійкість траєкторій за Лагранжем

-Властивість омега-граничних множин траєкторій стійких за Лагранжем

-Стійкість за Пуассоном

-Критерій стійкості за Пуассоном

-Інваріантність множиниточок стійких за Пуассоном

- Стійкість за Пуассоном та гомеоморфність напіввісі

1. Рекурентні властивості траєкторій.
* Блукаючі та неблукаючі точки
* Відкритість та замкнутість множин блукаючих та неблукаючих точок
* Інваріантність множини неблукаючих точок та омега-гранична множина
1. Центри притяжіння.

-Центр притяжіння

-Критерій центру притяжіння

-Зв’язок зі стійкістю за Лагранжем

1. Майже рекуррентні траєкторії.
* Рекуррентні та майже рекуррентні траєкторії
* Зв’язок зі стійкістю за Пуассоном
* Інваріантність
* Мінімальна множина
* Інваріантність мінімальної множини
* Теорема Біркгофа
* Майже періодичні траєкторії та їх властивості
1. Стійкість за Ляпуновим. Стаціонарні точки.

-Стійкість за Ляпуновим

-Локальна функція Ляпунова та зв’язок зі стійкістю за Ляпуновим

*Тема 3.* . *Фазові портрети динамічних систем та теорія біфуркації.*

1. Одновимірні системи

-Топологічна еквівалентність зсувам.

-Системи з зворотнім часом. Топологічна еквівалентність

-Зведення до диференціального рівняння

-Системи зі скінченним числом стаціонарних точок

-Принцип порівняння та стійкість за Ляпуновим

1. Двовимірні системи

-Структура омега-граничної множини

-Теорема про існування циклу

-Теорема Бендіксона

Оцінки знизу для періодів

1. Фазові портрети динамічних систем. Класифікація стаціонарних точок на площині.
2. Біфуркація. Приклади.

*Тема 4.* *Дисипативність динамічних систем.*

1. Фазові портрети динамічних систем. Класифікація стаціонарних точок на площині.
2. Біфуркація. Приклади.
3. Поглинаючі множини. Радіус дисипативності.

 -Означення та достатні умови дисипативності.

*Тема 5.Асимптотична компактність та асимптотична гладкість.*

1. .Асимптотична компактність. Асимптотична гладкість.

-Компактність, умовна компактність

- Асимптотична компактність. Асимптотична гладкість. Їх еквівалентність.

1. Міра некомпактності Куратовського та її властивості.

-Зв’язок з асимптотичною гладкістю

-Альфа- стиснення

-Достатні умови асимптотичнї гладкості

*Тема 6. Атрактори динамічних систем.*

 *1.* Глобальний атрактор.

-Глобальний атрактор.

-Властивості.

-Достатня умова існування.

-Нестійкий многовид

-Структура атрактора

-Глобальний мінімальний атрактор.

- Достатні умови існування мінімального атрактора.

1. Стійкість та принцип редукції.

-стійкість множин за Ляпуновим

-асимптотична стійкість

-рівномірна асимптотична стійкість

-принцип редукції

-верхня напівнеперервність сімейства атракторів за параметром

-теорема Капітанського-Костіна

*Тема 7. Градієнтні системи.*

-Функція Ляпунова.

- Поняття градієнтної системи.

-Теореми про структуру атрактора градієнтних систем

Достатня умова існування атрактора градієнтних систем

*Тема 8.Розмірність атракторів.*

-Фрактальна та хаусдорфова розмірність атракторів.

-Критерії скінченномірності атракторів.