

**План лекцій з курсу “Групи Лі та однорідні простори”
(змішана форма навчання)**

№ з/п	Назва теми	Зміст
1	Топологічні групи та групи Лі	Класичні матричні групи. Топологічні групи, основні означення, приклади. Групи Лі, основні означення, приклади.
2	Основні властивості груп Лі	Ліві та праві зсуви, зв'язна компонента одиниці та її властивості.
3	Приклади груп Лі	Знаходження топологічної структури класичних груп. Дотичні простори до класичних груп.
4	Лівоінваріантні поля та експоненціальне відображення	Лівоінваріантні поля, їх властивості. Експоненціальне відображення та його властивості. Однопараметричні підгрупи.
5	Дужка Лі	Побудова дужки Лі на дотичному просторі в одиниці групи. Дужка Лі лівоінваріантних полів.
6	Алгебри Лі	Алгебри та асоціативні алгебри. Алгебри Лі, властивості, приклади. Алгебра Лі групи Лі.
7	Представлення груп та алгебр Лі	Представлення групи, представлення групи Лі, приклади. Приєднане представлення групи Лі. Представлення алгебри Лі, приклади. Приєднане представлення алгебри Лі.
8	Теореми про підгрупи та підалгебри	Підгрупи та підалгебри Лі. Теорема про підгрупи та підалгебри Лі.
9	Теореми про гомоморфізми та існування	Теорема про гомоморфізми груп та алгебр Лі. Теорема про існування та єдність групи Лі з даною алгеброю Лі.
10	Лівоінваріантні та біінваріантні метрики	Лівоінваріантні метрики, приклади побудови. Лівоінваріантна зв'язність, формули для зв'язності та кривини лівоінваріантної метрики. Біінваріантна метрика, формули для зв'язності та кривини. Опис груп Лі, що допускають біінваріантні метрики.
11	Дії груп на множинах	Дія групи на множині, властивості. Гладка дія групи Лі на многовиді. Властивості стабілізаторів. Приклади.
12	Однорідні простори	Структура многовиду на просторі суміжних класів. Гладка структура на однорідному просторі групи Лі.

13	Інваріантні ріманові метрики	Інваріантна метрика. Рімановий однорідний простір. Опис інваріантної метрики у випадку ефективної дії. Компактність стабілізатора.
14	Кривини інваріантних метрик	Ріманові субмерсії та формули О'Нейла. Формули кривини інваріантної метрики. Випадок нормальної метрики. Приклад Берже.
15	Симетричні простори	Означення та критерії симетричного простору. Структура алгебри Лі групи ізометрій симетричного простору. Непривідні простори.
16	Кривини симетричних просторів	Симетричні простори компактного та некомпактного типу. Формули для кривини.