

Варіант ...

1. Навести приклад послідовності функціоналів f_n на просторі ℓ_2 поточково збіжної до деякого функціонала f і такої, що $\lim_{n \rightarrow \infty} \|f_n - f\| \neq 0$. Чи може при цьому виконуватися додаткова умова $\lim_{n \rightarrow \infty} \|f_n\| = \|f\|$?

2. У просторі $X = C[0, 1]$ розглянути підмножину Y всіх елементів $y \in C[0, 1]$ для яких $\int_0^1 y(t)dt = 0$. Довести, що Y – це замкнений лінійний підпростір. Чому дорівнює $\dim(X/Y)$? Для елемента $x \in C[0, 1]$, $x(t) = t$, обчислити $\|[x]\|$.

3. Для даного перетворення $T: X \rightarrow Y$ перевірити, що T – неперервний лінійний оператор та з'ясувати, чи буде T ін'єктивним, сюр'єктивним, бієктивним, обмеженим знизу. $X = Y = c_0$,

$$T((a_1, a_2, \dots)) = \left(a_1, \frac{a_2}{2}, \frac{a_3}{3}, \dots\right).$$

Чи буде в цього оператора замкнений образ? Виписати дію оператора $T^*: Y^* \rightarrow X^*$.

4. Нехай Y – підпростір в ℓ_1 , що складається з векторів вигляду $y = (y_1, y_2, \dots)$ таких, що задовільняють умову $\sum_{n=1}^{\infty} y_n = 0$. Побудувати в Y базис Шаудера.