

ХНУ ім. В.Н.Каразіна, факультет математики та інформатики

Спеціальність: МАТЕМАТИКА

Семестр: 5

Навчальна дисципліна: ТЕОРІЯ МІРИ Й ІНТЕГРАЛА ЛЕБЕГА

Екзаменаційний білет № ...

Питання 1. Надати означення зовнішньої міри Лебега множини на відрізку. Нехай $A \subset [0, 1]$, $\lambda^*(A) = 0$. Чи повинна A бути вимірною за Лебегом? Відповідь обґрунтувати.

Питання 2. Надати означення интегровної за Лебегом функції на відрізку. Чи буде функція $f(t) = \frac{\sqrt{t}}{\sin t}$ інтегровною на $(0, 1]$? Відповідь обґрунтувати.

Питання 3. Надати означення функції розподілу борелевої міри на відрізку. Чи буде $f = 2 - \mathbf{1}_{(0,1]}$ функцією розподілу деякої борелевої міри на відрізку $[0, 2)$? Відповідь обґрунтувати.

Питання 4. Надати означення від'ємної частини заряду. Довести теорему про зв'язок між додатною та від'ємною частинами заряду.

Питання 5. Які з наступних трьох формул задають зліченно-адитивну міру на сім'ї Σ усіх вимірних за Лебегом підмножин відрізка $[-1, 1]$? Відповідь обґрунтувати.

$$\mu_1(A) = \lambda(A \cup [0, 1]), \quad \mu_2(A) = \lambda(A \cap [0, 1]), \quad \mu_3(A) = \lambda(A \setminus [0, 1]).$$

Затверджено на засіданні кафедри фундаментальної математики, протокол № ... від ...

Зав. кафедри

Екзаменатор