

Список питань з курсу
“Додаткові розділи функціонального аналізу”
осінній семестр 2020 – 2021 навчального року

1. Теорема Банаха про стискальне відображення.
2. Ітераційний метод наближеного розв'язку рівняння. Оцінка похибки.
3. Теорема про мале збурення одиничного оператора.
4. Самоподібні множини – означення та приклади.
5. Відстань від точки до множини, одностороння відстань Гаусдорфа, відстань Гаусдорфа.
6. Метричний простір $bc(X)$. Теорема про повноту.
7. Самоподібні множини – теорема існування та єдиності.
8. Топологічні простори з властивістю нерухомої точки. Гомеоморфізми, ретракції та властивість нерухомої точки.
9. Симплекси. Барицентричні координати. Грані симплекса.
10. Симпліціальні розбиття та лема Шпернера.
11. Лема про розфарбування симплекса.
12. Теорема Брауера.
13. Застосування теореми Брауера до існування невід'ємних власних чисел.
14. Розбиття одиниці, підпорядковане даному покриттю.
15. Теорема про наближення компакта скінченновимірними підмножинами.
16. Принцип Шаудера.
17. Інваріантні підпростори лінійних операторів. Приклади.
18. Теорема Ломоносова про інваріантний підпростір.
19. Застосування принципу Шаудера до диференціальних рівнянь.
20. Радіус множини в точці, діаметральні точки.
21. Теорема існування недіаметральної точки в опуклому компакті.
22. Приклади у нескінченновимірному випадку.
23. Біективність ізометрії компакту.
24. Теорема Kakutani.
25. Топологічні групи: означення та приклади.

26. Властивості околів у топологічній групі.
27. Компактні топологічні групи: рівномірна неперервність функції, одностайна неперервність сім'ї функцій та теорема Арцела.
28. Теореми існування інваріантного середнього та міри Гаара на компактній топологічній групі.
29. Регулярні борелеві міри на компакті.
30. Носій міри.
31. Напівнеперервні знизу функції та їхні властивості.
32. Елементарний інтеграл. Продовження елементарного інтеграла.
33. Теорема про загальний вигляд елементарного інтеграла.
34. Теорема про загальний вигляд неперервного лінійного функціонала на $C(K)$.
35. Банахові алгебри: аксіоматика і приклади.
36. Оборотність в банахових алгебрах.
37. Теорема про мале збурення оборотного елемента.
38. Спектр елемента алгебри. Властивості спектра.
39. Резольвента і непорожність спектра.
40. Фактор-простір лінійного простору.
41. Ін'єктивізація лінійного оператора.
42. Гіперпідпростори і гіперплощини.
43. Фактор-простори нормованого простору.
44. Фактор-простори банахового простору.
45. Ідеали.
46. Фактор-алгебри.
47. Максимальні ідеали. Ідеали та оборотність.
48. Комплексні гомоморфізми та оборотність.
49. Теорема Вінера про абсолютно збіжні ряди Фур'є.
50. Топологія, породжена сім'єю відображень.
51. Декартів добуток та декартова степінь множин.
52. Топологія Тихонова.
53. Теорема Тихонова про добуток компактів (формулювання).
54. Слабка із зірочкою топологія. Теорема Алаоглу.
55. Компакт Гельфанда банахової алгебри.

56. Перетворення Гельфанда.
57. Крайні точки та крайні підмножини. Приклади.
58. Теорема Крейна–Мільмана.
59. Супремум лінійного функціонала на опуклому компакті.
60. Теорема Стоуна–Вейєрштрасса.