

Тема 1. Метричні простори

1. Метричний простір; термінологія та приклади. Відкриті множини, замкнені множини, границя послідовності, неперервні функції. Умова Ліпшиця. Псевдометрика.
2. Повні метричні простори; принцип вкладених множин.
3. Ніді не щільні множини. Множини першої категорії. Теорема Бера.
4. Передкомпакти. Критерії компактності множини в метричному просторі.
5. Простір неперервних функцій, одностайно неперервні сім'ї, теорема Арцела.

Тема 2. Простори з мірою

6. Алгебри та σ -алгебри множин. Борелеві множини. Класи G_δ та F_σ .
7. Скінченно-адитивні та зліченно-адитивні міри. Приклади та властивості.
8. Теорема про верхню границю послідовності множин.
9. Продовження міри з півкільця множин на породжену ним алгебру множин.
10. Зовнішня міра та її властивості.
11. Відстань між множинами, що породжена зовнішньою мірою.
12. Лебегове продовження міри.
13. Зовнішня міра Лебега множини на відрізку. Вимірні за Лебегом множини на відрізку. Міра Лебега на відрізку.
14. Наближення вимірних за Лебегом множин на відрізку борелевими.
15. Існування не вимірних за Лебегом множин на відрізку.
16. σ -скінченні міри, міра Лебега на \mathbb{R} .
17. Властивості, що виконуються майже скрізь.
18. Лема Ріса про світлотінь.
19. Теорема Лебега про диференційовність монотонної функції.
20. Функція розподілу міри та загальний вигляд борелевої міри на відрізку.

Тема 3. Вимірні функції

21. Вимірні функції та їхні властивості. Критерій вимірності.
22. Зліченнозначні вимірні (прості) функції; теорема про апроксимацію.
23. Збіжність майже скрізь. Теорема Єгорова.
24. Збіжність за мірою та її зв'язок зі збіжністю майже скрізь.

Тема 4. Інтеграл Лебега

25. Зліченнозначні інтегровні функції та інтеграл Лебега зліченнозначної функції.
26. Інтегровні функції. Означення та властивості інтеграла Лебега в загальному випадку.
27. Критерій інтегровності вимірної функції.
28. Інтеграл як функція множини.
29. Теорема про рівномірну границю.
30. Теореми про граничний перехід під знаком інтеграла: лема Фату, теорема Лебега про мажоровану збіжність, теореми Леві про послідовності та ряди.
31. Зв'язок між інтегралом Рімана, інтегралом Лебега та невласним інтегралом на відрізку.
32. Добуток просторів з мірою.
33. Повторний інтеграл та теорема Фубіні.
34. Обернена теорема Фубіні.
35. Інтеграл за σ -скінченною мірою. Інтеграл Лебега на \mathbb{R} .

Тема 5. Простір L_1 та його застосування

36. Нормований простір $L_1(\Omega, \Sigma, \mu)$.
37. Щільність множини неперервних функцій в $L_1[a, b]$.

38. Наближення вимірних функцій на відрізку неперервними.
39. Теорема Лузіна.
40. Достатня умова неперервності лінійного оператора.
41. Інтегровність похідної монотонної функції.
42. Похідна інтеграла Лебега як функції верхньої границі інтегрування.
43. Теорема Лебега про точки щільності множини на відрізку.

Тема 6. Заряди

44. Заряди. Додатна та від'ємна частини заряду. Теорема Жордана про розкладення заряду.
45. Теорема Гана про розкладення заряду.
46. Абсолютна неперервність мір: еквівалентність двох означень.
47. Теорема про абсолютну неперервність інтеграла.
48. Теорема Радона–Нікодима.

Тема 7. Абсолютно неперервні функції та формула Ньютона–Лейбніца

49. Абсолютно неперервні функції та їхні властивості.
50. Варіація абсолютно неперервної функції.
51. Зображення абсолютно неперервної функції у вигляді різниці двох монотонних абсолютно неперервних функцій.
52. Формула Ньютона–Лейбніца для абсолютно неперервних функцій.