Указания к решению задач из задания 14. (22/V-2020)

1. Пусть ξ – сл.в., $f(t)$ – её характеристическая функция, а P_ξ – её закон распределения. Тогда для всякого $t \in \mathbb{R}$

$$\operatorname{Re} f(t) = \operatorname{Re} \int_{\mathbb{R}} e^{itx} P_\xi(dx) = \int_{R} \cos tx\, P_\xi(dx).$$

Надо также использовать очевидное равенство $1 = \int_{\mathbb{R}} P_\xi(dx)$.

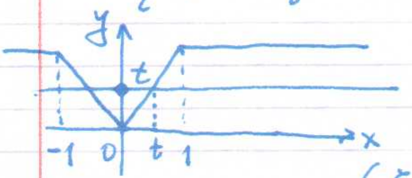
2. Лемма. Если $\varphi(t)$ – х.ф., то и $\overline{\varphi(t)}$ – тоже х.ф.

5. Здесь надо использовать теорему единственности из теории характеристических функций.

6. Это стандартная задача на геометрические вероятности. Ω – это шар, о котором идёт речь в условии за-

дачи, ω – точка, взятая в шаре. Случайность взятия точки означает, что вероятность P – это нормированная мера Лебега. $\xi(\omega)$ – это расстояние от точки ω до граничной сферы. Далее можно пользоваться определением математического ожидания сл. в.

7. $F_\eta(t) = P(\eta < t) = P(g(\xi) < t) = $ (при $0 < t < 1$)



$$= P(0 < \xi < t) = \int_0^t p_\xi(v)\,dv.$$

$$\left(\begin{array}{l} \xi(\omega) = x \\ \eta(\omega) = g(\xi(\omega)) = g(x) = y. \end{array}\right)$$

Случаи $t \leq 0$, $t > 1$ рассматриваются аналогично.

8. Удобно использовать случайный вектор $\vec{\xi}(\omega)$ с координатами $\xi_1(\omega)$ и $\xi_2(\omega)$. См. указания в одном из предыдущих заданий.

9. Надо найти (приближённо) $P(|S_n - MS_n| < 2 \cdot \sqrt{DS_n})$. Используйте центральную предельную теорему для одинаково распределённых слагаемых (теорему Линдеберга-Леви).

10. Полезно знать <u>доказательство</u> слабого закона больших чисел в форме Чебышёва. Некоррелированность сл. в. X и Y означает, что $\operatorname{cov}(X, Y) = 0$.

11. Вычислите коэффициенты Фурье функции $A(t)$ и используйте подходящую теорему о сходимости ряда Фурье функции к ней.