Здесь

$B_t = \{(x,y)\in \mathbb{R}^2 : |x-y|<t\}$, а

$\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2)$ – прежний сл. вектор.

(Условие, определяющее множество B_t, получается, если в неравенстве $|\xi_1(\omega) - \xi_2(\omega)| < t$ заменить $\xi_1(\omega)$ заменить на x, а $\xi_2(\omega)$ заменить на y.)

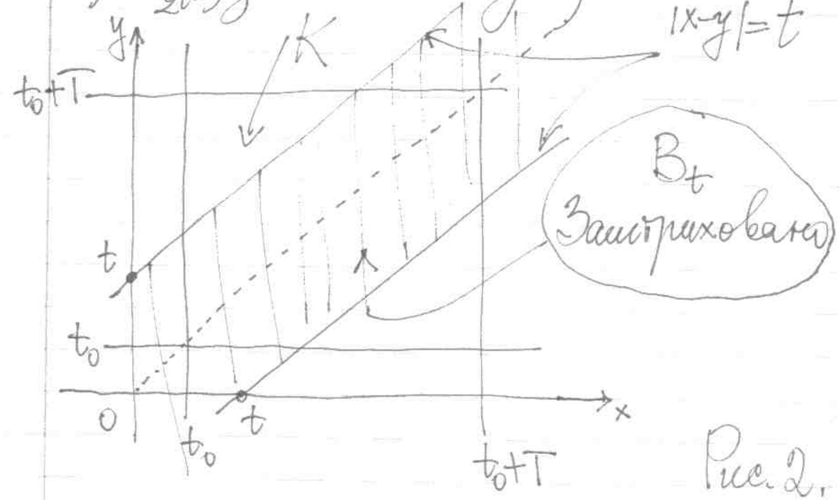

Рис. 2.

(5) $\ominus \iint\limits_{B_t} p_{\vec{\xi}}(x,y)\,dx\,dy = \int\limits_{B_t\cap K} p_{\vec{\xi}}(x,y)\,dx\,dy =$

$= \frac{1}{T^2}$ площадь $(B_t \cap K)$ (см. рис. 2).

Досчитайте до конца. Нарисуйте график $F_{|\xi_1-\xi_2|}(t)$. Эта ф.р. непрерывна и кусочно полиномиальна. Значит, она абсолютно непрерывна. Поэтому плотность сл. в. $|\xi_1-\xi_2|$ существует. Она равна $\frac{d}{dt}F_{|\xi_1-\xi_2|}(t)$.

Наконец, надо использовать формулу

$$M|\xi_1-\xi_2| = \int_{\mathbb{R}} t\, p_{|\xi_1-\xi_2|}(t)\,dt.$$

$$\left(M\eta = \int_{\mathbb{R}} t\, p_\eta(t)\,dt\right).$$

Вопрос 2 сводится к вычислению MZ, где сл. в. Z определяется так:

6 $$Z(\omega) = \begin{cases} \xi_1(\omega)-\xi_2(\omega), & \text{если } \xi_1(\omega) > \xi_2(\omega), \\ 0, & \text{если } \xi_1(\omega) \le \xi_2(\omega). \end{cases}$$

Дальше можно действовать, как при рассмотрении первого вопроса.

5. 

ω — точка разлома стержня.

$\Omega = (0, l)$

$\mathfrak{A} = \mathfrak{L}_1(\Omega)$

$P(A) = mes_1(A) \cdot \frac{1}{l}$ — нормированная мера Лебега.

$$\xi(\omega) = \begin{cases} \omega, \text{ если } \omega > l/2, \\ l-\omega, \text{ если } \omega \le l/2 \end{cases}$$

Надо найти $M\xi$. Можно воспользоваться определением.

6. Надо воспользоваться теоремой Фубини о перестановке интегралов.

9–10. Стандартные упражнения.

11. Использовать формулу

$$M\psi(\xi) = \int_{\mathbb{R}} \psi(x)\, p_\xi(x)\, dx$$

12. Использовать простейшие свойства среднего и дисперсии.

13. Ввести сл. вектор $Y=(\xi, \eta)$ и действовать так, как в задаче 4.