

1. Иральная кость брошена 500 раз. Найдите (приближённо) вероятность того, что число выпавших "шестёрок" будет отличаться от среднего числа выпавших "шестёрок" не больше, чем на 25.

2. Имеется урна, в которой находятся 2 белых и 2 чёрных шара. Все шары различимы. Эксперимент состоит в случайном извлечении из урны двух шаров и фиксации того, являются извлечённые шары разноцветными или одноцветными. После этого извлечённые из урны шары возвращаются в урну и содержимое урны хорошо перемешивается. Этот эксперимент повторяется 1800 раз. Найдите (приближённо) вероятность того, что число опытов, в которых появились разноцветные шары будет меньше 1240, но больше

①

3. Диаметр круга — случайная величина  $\xi$ , равномерно распределённая на интервале  $(a, a+\delta)$ , где  $a > 0$  и  $\delta > 0$  — фиксированные числа. Найдите  
 1) функцию распределения,  
 2) плотность и  
 3) среднее значение площади этого круга.

4. Два человека договорились встретиться в промежутке времени  $(t_0, t_0+T)$ , где  $t_0, T$  фиксированы ( $T > 0$ ). Каждый из них приходит к месту встречи (место встречи они указали однозначно) в случайный момент времени, равномерно распределённый на интервале  $(t_0, t_0+T)$ , причём эти 2 случайных момента не зависят друг от друга. Найдите среднее время ожидания одним из людей другого, пришедшего вторым.

Пусть  $\alpha$  и  $\beta$  — длины этих людей. Чему равно среднее время ожидания человека  $\beta$  человеком  $\alpha$ ?

5. Стержень длины  $l$  разломан на 2 части в случайном месте. Чему равно среднее длины длиннейшей части?

6. Пусть  $F(x)$  — ф.р. с х.ф.  $f(t)$  (т.е.  $f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} dF(x)$ ), а

$G(x)$  — ф.р. с х.ф.  $g(t)$ .

Докажите равенство

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(u) dG(u) = \int_{-\infty}^{\infty} g(v) dF(v).$$

(Эт, на первый взгляд, тривиальное равенство даёт интересные следствия (после средней работы), в частности, теорему единственности и теорему непрерывности (см., напр., книгу Феллера, т. 2, главы 15, 18).)

③

7. Пусть  $\varphi(t)$  и  $\psi(t)$  — характеристические функции. Обязательно ли функции

$$\operatorname{Re} \varphi(t) + i \operatorname{Im} \psi(t)$$

также будет характеристической функцией некоторой с. в.?

8. Существуют ли 2 различные х.ф., совпадающие на некотором интервале, содержащем точку  $t=0$ ?

9. Вычислите х.ф. таких плотностей: а)  $\frac{1}{2} e^{-|x|}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\text{б) } \frac{1}{2} |x| e^{-|x|}, x \in \mathbb{R}.$$

(Сначала убедитесь в том, что это, действительно, плотности.)

10. Пусть с. в.  $\xi$  имеет функцию распределения, равную

$$1 - \exp(-x^2) \text{ при } x > 0.$$

Вычислите  $P(|\xi| < 1)$ ,  $M\xi$ ,  $D\xi$ .

4