

Програма екзамену
з курсу «Лінійна алгебра»
II семестр 2019-2020 учбового року

1. Означення і властивості визначників.
2. Розкладання визначника по рядку. Визначник блочно-діагональної і блочно-трикутної матриць.
3. Означення і властивості лінійних просторів. Приклади.
4. Лінійна незалежність (залежність) системи векторів, їх властивості.
5. Максимальні лінійно незалежні системи векторів. Теорема про максимальні лінійно незалежні системи векторів.
6. Базис і вимірність лінійного простору.
7. Підпростір лінійного простору. Лінійна оболонка системи векторів, вимірність лінійної оболонки.
8. Сума і перетин підпросторів лінійного простору. Формула Грассмана.
9. Теорема про доповнення лінійно незалежної системи векторів до базису простору.
10. Пряма сума підпросторів. Доповнення до підпростору, пряме доповнення.
11. Множення матриць, його властивості.
12. Теорема про визначник добутку матриць.
13. Обернена матриця.
14. Ранг матриці. Теорема про ранг матриці.
15. Координати вектора в базисі. Змінення координат при зміні базису.
16. Системи лінійних рівнянь. Правило Крамера. Теорема Кронекера-Капеллі.
17. Загальна теорія систем лінійних рівнянь.
18. Однорідні системи лінійних рівнянь. Зв'язок між розв'язками неоднорідної і відповідної однорідної систем лінійних рівнянь.
19. Лінійні оператори. Матриці лінійних операторів. Приклади.
20. Образ і ядро лінійного оператора.
21. Змінення матриці лінійного оператора при зміні базису.
22. Власні числа і власні вектори лінійного оператора.
23. Інваріантність характеристичного многочлену при зміні базису.
24. Лінійна незалежність власних векторів, які відповідають різним власним числам (Визначник Вандермонда).
25. Евклідов простір. Нерівність Коши-Буняковського. Норма вектору і її властивості.

26. Ортонормовані базиси евклідового простору. Процес ортогоналізації Грама-Шмідта.
27. Ортогональне доповнення до підпростору. Розкладання евклідового простору в пряму суму підпростору і його ортогонального доповнення.
28. Спряжений оператор. Властивості спряженого оператора. Зв'язок матриці лінійного оператора і матриці спряженого оператора в ортонормованому базисі.
29. Самоспряжені лінійні оператори в евклідовому просторі.
30. Спектральна теорема для самоспряжених операторів у комплексному евклідовому просторі.
31. Спектральна теорема для самоспряжених операторів у дійсному евклідовому просторі.
32. Унітарні лінійні оператори в комплексному евклідовому просторі, еквівалентні означення.
33. Спектральна теорема для унітарних операторів у комплексному евклідовому просторі.
34. Унітарні оператори у двовимірному дійсному евклідовому просторі.