Варіант 1 (М. Башук)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(6)\oplus\mathbb{Z}(35)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(14)\oplus\mathbb{Z}(15)$? Чи є група $\mathbb{Z}(6)\oplus\mathbb{Z}(35)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(14)\oplus\mathbb{Z}(15)$ підгрупа порядку 10?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{2} \mid a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{2},(x,y)\right)\to(ax+2by,\,ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки (1,1) при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{2},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{2}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 77, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 8 намистин, кожна з яких може бути одного з трьох кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 2 (В. Богославська)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(22)\oplus\mathbb{Z}(35)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(14)\oplus\mathbb{Z}(55)$? Чи є група $\mathbb{Z}(22)\oplus\mathbb{Z}(35)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(14)\oplus\mathbb{Z}(55)$ підгрупа порядку 77?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{3} \mid a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{3},(x,y)\right)\to(ax+3by,\,ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки (1,1) при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{3},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{3}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 91, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 7 намистин, кожна з яких може бути одного з трьох кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 3 (Д.Болгов)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(33)\oplus\mathbb{Z}(35)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(15)\oplus\mathbb{Z}(77)$? Чи є група $\mathbb{Z}(33)\oplus\mathbb{Z}(35)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(15)\oplus\mathbb{Z}(77)$ підгрупа порядку 55?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{5} \ \mid \ a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{5},(x,y)\right)\to(ax+5by,\ ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки $(1,1)$ при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{5},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{5}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 143, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 7 намистин, кожна з яких може бути одного з чотирьох кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 4 (Г.Большаков)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(33)\oplus\mathbb{Z}(65)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(15)\oplus\mathbb{Z}(143)$? Чи є група $\mathbb{Z}(33)\oplus\mathbb{Z}(65)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(15)\oplus\mathbb{Z}(143)$ підгрупа порядку 55?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{7} \ \mid \ a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{7},(x,y)\right)\to(ax+7by,\ ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки $(1,1)$ при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{7},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{7}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 65, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 7 намистин, кожна з яких може бути одного з п’яти кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 5 (Н.Генералов)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(22)\oplus\mathbb{Z}(65)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(10)\oplus\mathbb{Z}(143)$? Чи є група $\mathbb{Z}(22)\oplus\mathbb{Z}(65)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(10)\oplus\mathbb{Z}(143)$ підгрупа порядку 26?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{11} \mid a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{11},(x,y)\right)\to(ax+11by, ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки (1,1) при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{11},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{11}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 85, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 8 намистин, кожна з яких може бути одного з чотирьох кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 6 (А.Гузій)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(14)\oplus\mathbb{Z}(85)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(10)\oplus\mathbb{Z}(119)$? Чи є група $\mathbb{Z}(14)\oplus\mathbb{Z}(85)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(10)\oplus\mathbb{Z}(119)$ підгрупа порядку 34?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{6} \mid a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{6},(x,y)\right)\to(ax+6by, ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки (1,1) при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{6},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{6}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 69, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 7 намистин, кожна з яких може бути одного з шести кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 7 (Є.Картишев)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(21)\oplus\mathbb{Z}(65)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(15)\oplus\mathbb{Z}(91)$? Чи є група $\mathbb{Z}(21)\oplus\mathbb{Z}(65)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(15)\oplus\mathbb{Z}(91)$ підгрупа порядку 39?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{10} \quad | \quad a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{10},(x,y)\right)\to(ax+10by,ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки (1,1) при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{10},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{10}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 115, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 8 намистин, кожна з яких може бути одного з п’яти кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 8 (Б.Кречко)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(21)\oplus\mathbb{Z}(85)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(15)\oplus\mathbb{Z}(119)$? Чи є група $\mathbb{Z}(21)\oplus\mathbb{Z}(85)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(15)\oplus\mathbb{Z}(119)$ підгрупа порядку 51?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{13} \quad | \quad a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{13},(x,y)\right)\to(ax+13by,ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки (1,1) при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{13},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{13}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 161, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 8 намистин, кожна з яких може бути одного з шести кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 9 (І. Лазарішвілі)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(14)\oplus\mathbb{Z}(65)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(10)\oplus\mathbb{Z}(91)$? Чи є група $\mathbb{Z}(14)\oplus\mathbb{Z}(65)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(10)\oplus\mathbb{Z}(91)$ підгрупа порядку 26?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{14} \;\mid\; a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{14},(x,y)\right)\to(ax+14by,\,ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки (1,1) при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{14},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{14}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 87, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 9 намистин, кожна з яких може бути одного з трьох кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 10 (І.Лисіков)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(14)\oplus\mathbb{Z}(95)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(10)\oplus\mathbb{Z}(133)$? Чи є група $\mathbb{Z}(14)\oplus\mathbb{Z}(95)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(10)\oplus\mathbb{Z}(133)$ підгрупа порядку 38?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{17} \;\mid\; a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{17},(x,y)\right)\to(ax+17by,\,ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки (1,1) при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{17},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{17}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 145, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 9 намистин, кожна з яких може бути одного з чотирьох кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 11 (А.Марюшко)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(21)\oplus\mathbb{Z}(95)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(15)\oplus\mathbb{Z}(133)$? Чи є група $\mathbb{Z}(21)\oplus\mathbb{Z}(95)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(15)\oplus\mathbb{Z}(133)$ підгрупа порядку 57?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{15} \mid a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{15},(x,y)\right)\to(ax+15by,\ ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки (1,1) при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{15},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{15}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 217, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 9 намистин, кожна з яких може бути одного з п'яти кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 12 (Г.Назаренко)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(22)\oplus\mathbb{Z}(133)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(14)\oplus\mathbb{Z}(209)$? Чи є група $\mathbb{Z}(22)\oplus\mathbb{Z}(133)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(14)\oplus\mathbb{Z}(209)$ підгрупа порядку 38?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{19} \mid a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{19},(x,y)\right)\to(ax+19by,\ ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки (1,1) при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{19},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{19}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 185, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 10 намистин, кожна з яких може бути одного з трьох кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 13 (О.Олефіренко)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(33)\oplus\mathbb{Z}(95)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(15)\oplus\mathbb{Z}(209)$? Чи є група $\mathbb{Z}(33)\oplus\mathbb{Z}(95)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(15)\oplus\mathbb{Z}(209)$ підгрупа порядку 57?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{21} \mid a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{21},(x,y)\right)\to(ax+21by,ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки (1,1) при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{21},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{21}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 319, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 10 намистин, кожна з яких може бути одного з чотирьох кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 14 (А.Спорова)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(33)\oplus\mathbb{Z}(133)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(21)\oplus\mathbb{Z}(209)$? Чи є група $\mathbb{Z}(33)\oplus\mathbb{Z}(133)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(21)\oplus\mathbb{Z}(209)$ підгрупа порядку 57?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{22} \mid a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{22},(x,y)\right)\to(ax+22by,ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки (1,1) при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{22},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{22}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 259, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 5 намистин, кожна з яких може бути одного з шести кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 15 (Т. Супрун)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(10)\oplus\mathbb{Z}(69)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(6)\oplus\mathbb{Z}(115)$? Чи є група $\mathbb{Z}(10)\oplus\mathbb{Z}(69)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(6)\oplus\mathbb{Z}(115)$ підгрупа порядку 46?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{23}\ \mid\ a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{23},(x,y)\right)\to(ax+23by,\,ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки (1,1) при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{23},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{23}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 119, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 5 намистин, кожна з яких може бути одного з семи кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 16 (Н.Шапран)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(14)\oplus\mathbb{Z}(69)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(6)\oplus\mathbb{Z}(161)$? Чи є група $\mathbb{Z}(14)\oplus\mathbb{Z}(69)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(6)\oplus\mathbb{Z}(161)$ підгрупа порядку 46?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{26}\ \mid\ a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{26},(x,y)\right)\to(ax+26by,\,ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки (1,1) при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{26},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{26}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 341, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 5 намистин, кожна з яких може бути одного з восьми кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).

Варіант 17 (Л.Швоева)

1. Чи є вірним, що група $\mathbb{Z}(21)\oplus\mathbb{Z}(115)$ є ізоморфною групі $\mathbb{Z}(15)\oplus\mathbb{Z}(161)$? Чи є група $\mathbb{Z}(21)\oplus\mathbb{Z}(115)$ циклічною? Чи є у групі $\mathbb{Z}(15)\oplus\mathbb{Z}(161)$ підгрупа порядку 69?

2. Розглянемо множину $G=\{a+b\sqrt{29} \mid a,b\in\mathbb{Q},\ a^2+b^2\neq 0\}$ з операцією множення. Перевірте, що це група. Задамо дію групи G на дійсній площині $X=\mathbb{R}^2$ наступною формулою $\left(a+b\sqrt{29},(x,y)\right)\to(ax+29by,\,ay+bx)$. Перевірте, що ця формула задає дію групи G на множині X. Знайдіть стабілізатор точки (1,1) при цій дії. Перевірте, що орбіта точки $(\sqrt{29},1)$ лежить на прямій, яка задається рівнянням $x=\sqrt{29}y$.

3. Доведіть, що, якщо порядок групи дорівнює 407, то ця група є циклічною.

4. Обчисліть кількість намист із 5 намистин, кожна з яких може бути одного з дев'яти кольорів (намиста вважаються різними, якщо вони не переводяться одне в одне за допомогою поворотів і симетрій).