

### Варіант 1 (М. Башук)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(4) \oplus \mathbb{Z}(3) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(6)$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що  $\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}\right) = -2g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(4) = 4, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.

### Варіант 2 (В. Богославська)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(5) \oplus \mathbb{Z}(10) \oplus \mathbb{Z}(2) \oplus \mathbb{Z}$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що  $\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}\right) = -5g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(2) = 2, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.

### Вариант 3 (Д.Болгов)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z}(4) \oplus \mathbb{Z}(5) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(5) \oplus \mathbb{Z}$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що

$\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = -7g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(3) = 3, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.

### Вариант 4 (Г.Большаков)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(3) \oplus \mathbb{Z}(15) \oplus \mathbb{Z}(5) \oplus \mathbb{Z}$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що

$\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = -8g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(1) = 1, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.

### Вариант 5 (Н.Генералов)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z}(6) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(2) \oplus \mathbb{Z}(9)$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що

$\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}\right) = -3g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(2) = 2, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.

### Вариант 6 (А.Гузій)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z}(3) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(9) \oplus \mathbb{Z}(4) \oplus \mathbb{Z}$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що

$\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}\right) = -4g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(3) = 3, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.

### Вариант 7 (Є.Картишев)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(5) \oplus \mathbb{Z}(10) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(4)$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що

$\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = 9g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(1) = 1, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.

### Вариант 8 (Б.Кречко)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(8) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(3) \oplus \mathbb{Z}(4)$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що

$\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = 11g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(4) = 4, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.

### Варіант 9 (І. Лазарішвілі)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z}(9) \oplus \mathbb{Z}(6) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(3) \oplus \mathbb{Z}$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що

$\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}\right) = -12g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(3) = 3, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.

### Варіант 10 (І.Лісіков)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z}(9) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(2) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(8)$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що

$\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}\right) = 15g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(1) = 1, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.

### Вариант 11 (А.Марюшко)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(8) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(6) \oplus \mathbb{Z}(3)$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що

$\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = -9g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(4) = 4, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.

### Вариант 12 (Г.Назаренко)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z}(8) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(4) \oplus \mathbb{Z}(6)$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що

$\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = 14g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(2) = 2, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.

### Вариант 13 (О.Олефіренко)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(9) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(6) \oplus \mathbb{Z}(4)$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що

$\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}\right) = -15g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(1) = 1, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.

### Вариант 14 (А.Спорова)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(2) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(9)$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що

$\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}\right) = 17g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(2) = 2, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.

### Вариант 15 (Т. Супрун)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(4) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(3)$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що

$\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = 19g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(4) = 4, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.

### Вариант 16 (Н. Шапран)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z}(12) \oplus \mathbb{Z}(3) \oplus \mathbb{Z}(2) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що

$\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = -18g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(3) = 3, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.



Вариант 17 (Л.Швоева)

1. Знайдіть усі елементи скінченного порядку в групі  $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(14) \oplus \mathbb{Z}(2) \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(7)$ . Для кожного елемента скінченного порядку вкажіть його порядок.

2. Розглянемо множину  $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}, g \in \mathbb{Z} \right\}$  з операцією множення.

Перевірте, що  $G$  – група. Розглянемо відображення  $\varphi: G \rightarrow \mathbb{Z}$  таке, що

$\varphi\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ g & 1 \end{pmatrix}\right) = -17g$ . Чи буде відображення  $\varphi$  гомоморфізмом? Ізоморфізмом?

3. В групі підстановок  $S_4$  розглянемо підмножину  $H = \{\sigma \in S_4 : \sigma(2) = 2, \text{sign}(\sigma) = 1\}$ . Чи є  $H$  підгрупою? Знайдіть кількість класів суміжності групи  $S_4$  по підгрупі  $H$ . Чи є  $H$  нормальною підгрупою?

4. Знайдіть усі підгрупи порядку 4 в групі симетрій квадрату.