

Лабораторная работа №2. Интегрирование и дифференцирование.

1 К повторению

Производная функции порядка n , первообразная (математический анализ).
Случайные величины и их законы распределения (теория вероятности).

2 Дополнительные сведения

3 Указания к выполнению

3.1 Тестирование

Напишите самостоятельно функцию для автоматического интегрирования методами прямоугольников/трапеций (в зависимости от варианта) и Симпсона с оценками погрешности по Рунге. Для формулы Симпсона реализуйте также оценку погрешности по Эткену. В качестве аргументов функция должна принимать: ссылку на подинтегральную функцию, концы отрезка интегрирования, максимально допустимую погрешность интегрирования, начальное количество отрезков, на которые разбивается исходный отрезок. Функция должна возвращать: значение приближенно вычисленного интеграла и количество маленьких отрезков, на которые был разбит отрезок интегрирования для интегрирования с заданной точностью. Для критерия Эйткена функция также должна возвращать эффективный порядок точности формулы интегрирования. Протестируйте Ваши функции на интегралах, которые легко вычислить аналитически (интегралы от полиномов низкой степени и простейших тригонометрических функций). Выпишите ниже примеры (3-4 шт.), на которых Вы тестировали функцию: интеграл, его точное значение и приближенное значение.

ние, полученное в результате работы Вашей функции.

Напишите самостоятельно функции для приближенного дифференцирования (левое/правое разностное отношение, в зависимости от варианта, и центральное). Как Вы будете вычислять приближенное значение производной в левом (соответственно правом) конце отрезка? Предполагайте, что точки, в которых надо вычислить приближенную производную, распределены по отрезку равномерно. В качестве аргументов функция должна принимать: ссылку на дифференцируемую функцию, концы отрезка, на котором нужно вычислить производную, количество точек, в которых нужно вычислить производную (эти точки отстоят друг от друга на равные расстояния, а крайние совпадают с концами отрезка), максимум модуля равномерно распределенной на симметричном отрезке случайной величины. Функция должна возвращать: приближенную производную. Выпишите ниже примеры (3-4 шт.), на которых Вы тестировали функцию.

Постройте графики точной и приближенной производной для сравнения.

3.2 Часть 1

Выпишите теоретическую оценку погрешности интегрирования. Вычислите необходимый шаг интегрирования, исходя из теоретической оценки погрешности интегрирования. Для формулы прямоугольников/трапеций:

Для формулы Симпсона:

Как они согласуются с величинами шага, полученными при фактическом выполнении интегрирования с оценкой погрешности по Рунге?

3.3 Часть 2

Вычислите интеграл аналитически. Точное значение выпишите ниже

Какие приближенные значения интеграла Вы получили, используя критерий оценки погрешности 1) Рунге 2) Эйткена? Выпишите их ниже.

Сравните их с точным значением. Получилось ли приближенно вычислить интеграл с требуемой точностью, используя критерий оценки погрешности 1)

Рунге 2) Эйткена? Почему? Выпишите требования к функции, при которых обосновано применение критерия Рунге для формулы Симпсона.

Удовлетворяет ли этим требованиям подинтегральная функция? Выпишите теоретические оценки погрешности формул приближенного интегрирования Симпсона, на которых базируется критерий Рунге. Какие величины, зависящие от подинтегральной функции, входят в эти оценки? Вычислите величины, зависящие от подинтегральной функции, и выпишите их ниже (можно ли вообще это сделать?).

Примените встроенную функцию `Octave quadv` для приближенного вычисления интеграла с точностью 10^{-5} и 10^{-6} . Параметр `TRASE` положите равным 1 для выведения системы отрезков, на которые был разбит основной отрезок. Выпишите значения интегралов ниже, сравните их с точным значением.

Получилось ли вычислить интеграл с заданной точностью?

Выпишите ниже систему отрезков, на которые был фактически разбит основной отрезок. (см. описание этой функции в документации и ее код в `c:\Octave\Octave-4.2.1\share\octave\4.2.1\m\general\quadv.m`).

Какая длина самого маленького и самого большого отрезка? Выпишите их.

Выпишите теоретические оценки точности интегрирования на этих отрезках.

Выпишите, сколько вычислений подынтегральной функции было произведено функцией `quadv` в процессе интегрирования. Сравните эту величину с количеством вычислений подынтегральной функции, которое проделала Ваша программа (которая начала счет с 50 отрезков).