

Лабораторная работа №2, Вариант IV: Приближенное интегрирование.

- (1) Приблизительно проинтегрируйте функцию

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 13x + 15}{x^3 + x^2 - 44x + 96}$$

на отрезке $[-2, 2]$ с погрешностью не более 0.00001 с помощью а) метода трапеций; б) метода Симпсона. Для практической оценки погрешности интегрирования используйте метод Рунге. Начните интегрирование с 11 точек. Сколько точек понадобится, чтобы провести интегрирование с заданной точностью методами а), б)?

- (2) Приблизительно проинтегрируйте функцию

$$f(x) = x^{1/999}$$

на отрезке $[0, 1]$ с точностью 10^{-5} и 10^{-6} с помощью метода Симпсона. Для практической оценки погрешности интегрирования используйте 1) метод Эйткена; 2) метод Рунге. Начните интегрирование с 50 отрезков. Сколько точек понадобилось, чтобы провести интегрирование с заданной точностью методами а), б)? Почему различаются оценки погрешности методами 1) и 2)? Какой метод дает более адекватную оценку погрешности интегрирования? Почему?

Примените встроенную функцию Octave `quadv` для приближенного вычисления интеграла с точностью 10^{-5} и 10^{-6} . Эта функция использует формулу Симпсона и адаптивную стратегию разбиения на меньшие отрезки. Какова фактическая точность вычисления интеграла? Какова длина самого маленького и самого большого отрезка? Каковы теоретические оценки точности интегрирования на этих отрезках? Сколько вычислений функции было фактически произведено в процессе интегрирования?

- (3) Приблизительно продифференцируйте функцию $g = \sin x$ на отрезке $[1, 2]$ на равномерной сетке, состоящей из 1001 узла. Также приближенно продифференцируйте случайное возмущение функции g , т.е. выполните дифференцирование с

$$\hat{g}_i = g(x_i) + r(x_i), \quad i = 0, \dots, 1001.$$

где r_i предполагается случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке а) $[-9.5 * 10^{-4}, 9.5 * 10^{-4}]$ б) $[-9.5 * 10^{-3}, 9.5 * 10^{-3}]$. Используйте а) левую конечную разность; б) центральную конечную разность. Изобразите графики приближенных производных для всех случаев. Поясните наблюдаемый эффект.