

Лабораторная работа №2 Интерполяция.

1 К повторению

Производная функции порядка n . (математический анализ) Полиномы степени n и их корни (алгебра). Случайные величины и их законы распределения (теория вероятности).

2 Дополнительные сведения

Для аналитического вычисления производных, построения их графиков, вычисления их максимумов используйте пакеты для символьных вычислений: octave-symbolic - пакет для символьных вычислений в Octave, Symbolic Math Toolbox - в Matlab. Используйте функцию simplify (Matlab) для упрощения полученных выражений. Для построения графика символьного выражения и ориентировочного определения максимума можно использовать функцию ezplot (Matlab),

3 Литература

1. Quarteroni A., Sacco R., Saleri F. - Numerical mathematics, Springer-Verlag, 2005 (QSS)
2. Quarteroni A., Saleri F., P. Gervasio - Scientific computing with Matlab and Octave, Springer-Verlag, 2010 (QSG)

4 Указания к выполнению

4.1 Тестирование

Напишите самостоятельно функцию для интерполяции полиномами Лагранжа. В качестве аргументов функция должна принимать: вектор, задающий интерполяционную сетку (x_0, \dots, x_n) , значения интерполируемой функции в точках интерполяционной сетки f_0, f_1, \dots, f_n , вектор точек y_0, y_1, \dots, y_m , в которых нужно вычислить значения интерполяционного полинома. Функция должна возвращать: вектор значений интерполяционного полинома в точках y_0, y_1, \dots, y_m . Вариант 2. В качестве аргументов функция должна принимать: вектор, задающий интерполяционную сетку (x_0, \dots, x_n) , значения интерполируемой функции в точках интерполяционной сетки f_0, f_1, \dots, f_n . Функция

должна возвращать: вектор коэффициентов интерполяционного полинома либо ссылку на интерполяционный полином как функцию. Как делать вариант 2, я не знаю, поэтому первому реализовавшему каждый из вариантов - приз в 15 баллов. Протестируйте Вашу функцию на нескольких наборах из 2-4 точек, для которых легко построить интерполяционный полином Лагранжа вручную. Выпишите ниже полиномы и наборы точек (не менее трех), на которых Вы тестировали функцию.

4.2 Часть 1

Изобразите на одном графике функцию Рунге, интерполяционный полином Лагранжа и кубический сплайн, построенные по одинаковому набору интерполяционных данных. Насколько хорошо приближают функцию Рунге интерполяционный полином Лагранжа и кубический сплайн для разных n ? Почему так происходит? Выпишите оценку погрешности интерполяции для кубического сплайна. Точное значение константы возьмите в QSS .

Какие величины в оценке зависят от n ? Что с ними происходит при увеличении n ?

Выпишите оценку погрешности интерполяции для полинома Лагранжа.

Какие величины в оценке зависят от n ? Что с ними происходит при увеличении n ?

4.3 Часть 2

Выпишите оценку погрешности интерполяции для линейного сплайна.

Вычислите аналитическое выражение производной, входящей в оценку, для интерполируемой функции. Выпишите ее ниже.

Какая числовая величина, зависящая от производной, входит в оценку? Вычислите ее. Теперь Вы можете вычислить максимальный шаг интерполя-

ционной сетки, обеспечивающий требуемую точность.

Выпишите оценку погрешности интерполяции для кубического сплайна.

Вычислите аналитическое выражение производной, входящей в оценку, для интерполируемой функции. Выпишите ее ниже.

Какая числовая величина, зависящая от производной, входит в оценку? Вычислите ее. Теперь Вы можете вычислить максимальный шаг интерполя-

ционной сетки, обеспечивающий требуемую точность.

4.4 Часть 3

Выпишите оценку возмущения интерполяционного полинома Лагранжа, вызываемую позмущением данных. (QSG 3.3.2) Чему равна константа A_n ?