

Лабораторная работа №2, Вариант III: Интерполяция.

- (1) Проинтерполируйте функцию

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

на отрезке $[-5, 5]$ по равномерной интерполяционной сетке (т. е. с узлами интерполяции $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$, отстоящими друг от друга на равные расстояния) для $n = 5, 11, 15, 19$ с помощью а) интерполяционного полинома Лагранжа; б) кубических сплайнов.

Постройте графики функции f и интерполяционных полинома и сплайна для каждого n . Сравните полученные результаты. Почему возможно такое расхождение?

- (2) Проинтерполируйте функцию

$$g(x) = \sin 5x + x$$

на отрезке $[-1, 1]$ по равномерной интерполяционной сетке (т. е. с узлами интерполяции $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$, отстоящими друг от друга на равные расстояния) с погрешностью не более 0.02 с помощью а) линейных сплайнов; б) кубических сплайнов. Используйте оценку погрешности интерполяции, включающую производную интерполируемой функции и шаг интерполяции. Сколько точек понадобится, чтобы гарантированно провести интерполяцию с заданной точностью методами а), б)?

- (3) Проинтерполируйте функцию

$$h(x) = x^2$$

на отрезке $[-1, 1]$ а) по равномерной интерполяционной сетке (т. е. с узлами интерполяции $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$, отстоящими друг от друга на равные расстояния) для $n = 21$ с помощью интерполяционного полинома Лагранжа; б) по равномерной интерполяционной сетке с помощью кубического сплайна; в) по чебышевским узлам с помощью интерполяционного полинома Лагранжа. Такую же интерполяцию проведите для случайным образом возмущенных значений функции h в точках интерполяционной сетки, т.е. для

$$\hat{h}_i = h(x_i) + r(x_i),$$

где r_i предполагается случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке $[-9.5 * 10^{-4}, 9.5 * 10^{-4}]$. Изобразите на одном графике функцию h и результаты интерполяции по точным и возмущенным ее значениям. Поясните наблюдаемый эффект. *Указания. Используйте функцию `rand` (Matlab), `unifrnd` (Octave) для генерации случайной величины.*