Лабораторная работа №1 Нахождение корней уравнений. Вариант 3.

1 К повторению

Разложение в ряд Тейлора. Теорема о среднем значении. Касательная к графику функции в точке $(x, f(x))$, ее связь с производной функции в точке x. (математический анализ) проведение прямой через две точки (геометрия).

2 дополнительные сведения

Ссылка на функцию.

Синтаксис:

handle = @functionname

handle = @(arglist)anonymous_function

Примеры:

3 Указания к выполнению

3.1 Тестирование

Напишите самостоятельно функции для нахождения корня методом дихотомии и Ньютона. В качестве параметров функции должны принимать: начальное приближение к корню (одно или два, в зависимости от метода); ссылку на функцию (либо строку, задающую функцию), входящую в уравнение; максимальную погрешность нахождения корня; для метода Ньютона — ссылку на производную функции (или задающую ее строку). Функция должна возвращать: приближенное значение корня; количество итераций, фактически выполненных для нахождения данного приближения. Предусмотрите возможность вывести все промежуточные итерации. Протестируйте Вашу функцию на простых уравнениях с известными корнями. Для методов Ньютона и секущих, которые не являются безусловно сходящимися, подберите правые части, удовлетворяющие достаточным критериям сходимости. Выпишите по 2-3 примера для каждого метода, на которых Вы тестировали функции.

3.2 Часть 1.

Работает ли метод секущих для уравнения (1)? Выпишете корень ниже.

Правильно ли решена задача? Почему Вы так считаете?

Работает ли метод Ньютона для уравнения (1)? С помощью встроенной функции plot или fplot постройте график функции и нескольких первых касательных, которые используются для получения очередного приближения к корню в методе Ньютона. При необходимости откорректируйте масштаб графика. Что происходит с последовательными приближениями, построенными методом Ньютона?

Решите уравнение (2) методом секущих. Выпишете результат ниже.

постройте график функции и нескольких первых секущих, которые используются для получения очередного приближения к корню в методе секущих. При необходимости откорректируйте масштаб графика. Что происходит с последовательными приближениями, построенными методом секущих? Почему именно получается результат выше?

Решите уравнение (2) методом Ньютона, взяв в качестве начального приближения один из концов соответствующего отрезка. Выпишете корень ниже.

Какой из концов отрезка Вы выбрали в качестве начального приближения и почему (см. достаточное условие сходимости)? Запишите ответ ниже.

Что будет, если выбрать в качестсве начального приближения другой конец отрезка? Для случая, когда метод не работает, постройте график функции и касательных, которые используются для получения очередного приближения к корню в методе Ньютона, и объясните, что происходит с приближениями (на отдельном листе).

3.3 Часть 2.

С помощью встроенной функции plot или fplot постройте график функции и нескольких первых касательных, которые используются для получения очередного приближения к корню в методе Ньютона. При необходимости откорректируйте масштаб графика. Сделайте это для нескольких точек. Что происходит с последовательными приближениями, построенными методом Ньютона? Постройте график производной и объясните, чем характеризуются начальные приближения, для которых метод Ньютона работает, а чем — начальные приближения, для которых метод Ньютона не работает.

3.4 Часть 3.

Выпишите ниже достаточное условие сходимости для метода секущих.

Подберите начальные параметры, при которых метод секущих будет работать для уравнения (2). При тех же начальных параметрах используйте метод Ньютона. Для уравнения (1) Подберите начальное приближение x_0, для которого будет работать метод Ньютона. Для метода секущих возьмите интервал, содержащий корень, один из концов которого совпадает с x_0. Для сравнения найдите корень каждого уравнения обоими методами с точностью $10^{-k},\ k = 3...10$, выясните, сколько итераций понадобилось для каждого k и запишите в таблицу.

Какой метод сходится быстрее, если судить только по количеству итераций? Выясните, сколько элементарных арифметических действий и вычислений функции занимает каждая итерация. Оцените время (количество арифметических операций) одного вычисления функции и ее производной. Используя эти данные, сравните количество арифметических операций, нужное для вычисления корня с точностью 10^{-k} каждым из методов. Запишите в таблицу. Таблицы сделайте на отдельном листе.