Лабораторная работа №1 Нахождение корней уравнений. Вариант 1.

1 К повторению

Разложение в ряд Тейлора. Теорема о среднем значении. Касательная к графику функции в точке $(x, f(x))$, ее связь с производной функции в точке x. (математический анализ) проведение прямой через две точки (геометрия).

2 дополнительные сведения

Ссылка на функцию.
Синтаксис:
handle = @functionname
handle = @(arglist)anonymous_function
Примеры:

3 Указания к выполнению

3.1 Тестирование

Напишите самостоятельно функции для нахождения корня методом дихотомии и Ньютона. В качестве параметров функции должны принимать: начальное приближение к корню (одно или два, в зависимости от метода); ссылку на функцию (либо строку, задающую функцию), входящую в уравнение; максимальную погрешность нахождения корня; для метода Ньютона — ссылку на производную функции (или задающую ее строку). Функция должна возвращать: приближенное значение корня; количество итераций, фактически выполненных для нахождения данного приближения. Предусмотрите возможность вывести все промежуточные итерации. Протестируйте Вашу функцию на простых уравнениях с известными корнями. Для методов Ньютона и секущих, которые не являются безусловно сходящимися, подберите правые части, удовлетворяющие достаточным критериям сходимости. Выпишите по 2-3 примера для каждого метода, на которых Вы тестировали функции.

3.2 Часть 1.

Работает ли метод дихотомии для уравнений (1) и (2)? При каких условиях должен сходится метод дихотомии?

Решите уравнение (1) методом Ньютона, взяв в качестве начального приближения один из концов соответствующего отрезка. Выпишете корень ниже.

Правильно ли решена задача? А принадлежит ли полученный корень отрезку, на котором нужно найти корень? Что произойдет, если взять в качестве начального приближения другой конец интервала?

С помощью встроенной функции plot или fplot, или вручную на бумаге постройте график функции и нескольких первых касательных, которые используются для получения очередного приближения к корню в методе Ньютона. При необходимости откорректируйте масштаб графика. Что происходит с последовательными приближениями, постренными методом Ньютона?

Решите уравнение (2) методом Ньютона, взяв в качестве начального приближения один из концов соответствующего отрезка. Выпишете корень ниже.

Какой из концов отрезка Вы выбрали в качестве начального приближения и почему (см. достаточное условие сходимости)? Запишите ответ ниже.

Что будет, если выбрать в качестсве начального приближения другой конец отрезка? Для случая, когда метод не работает, постройте график функции и касательных, которые используются для получения очередного приближения к корню в методе Ньютона, и объясните, что происходит с приближениями (на отдельном листе).

3.3 Часть 2.

Для уравнения (2) с помощью достаточного условия выберите начальное приближение для метода Ньютона. Отрезок для сравнения методов оставьте изначальным. Для уравнения (1) нарисуйте график функции, задающей левую часть, при необходимости вычислите производные. С помощью достаточного условия сходимости подберите начальное условие, для которого бы метод Ньютона сходился. Подберите отрезок, одним из концов которого является выбранное начальное приближение, и содержащий корень. На этом отрезке сравните скорость сходимости методов Ньютона и дихотомии. Для этого найдите корень каждого уравнения обоими методами с точностью 10^{-k}, $k = 3...10$, выясните, сколько итераций понадобилось для каждого k и запишите в таблицу.

Какой метод сходится быстрее, если судить только по количеству итераций? Выясните, сколько элементарных арифмитеческих действий и вычислений функции занимает каждая итерация. Оцените время (количество арифметических операций) одного вычисления функции и ее производной. Используя эти данные, сравните количество арифметических операций, нужное для вычисления корня с точностью 10^{-k} каждым из методов. Запишите в таблицу. Таблицы сделайте на отдельном листе.

3.4 Часть 3.

Выпишите ниже теоретическую оценку точности нахождения корня через невязку и через приращение.

Вычислите присутствующие в оценках производные и оцените множители при невязке и приращении в этих оценках. Для этого вычислите минимумы и максимумы модулей производных на соответствующих отрезках, используя фактически полученные Вами значения приближений к корню. Выпишите эти величины ниже.

Как, используя полученные значения множителей, можно скорректировать критерии остановки, чтобы они работали правильно?