Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра **фундаментальної математики**

“**ЗАТВЕРДЖУЮ**”

Проректор з науково- педагогічної роботи

Пантелеймонов А.В.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

“\_\_\_\_”\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20 \_\_ р.

# Робоча програма навчальної дисципліни

**Геометрія підмноговидів**

спеціальність (напрям) **111-математика**

спеціалізація \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(шифр, назва спеціалізації)

факультет **математики і інформатики**

2018 / 2019 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2018 року, протокол № 7

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Петров Євген В’ячеславович – кандидат фізико-математичних наук,**

**старший викладач кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики

Протокол від “27” серпня 2018 року № 1.

Завідувач кафедри Ямпольський О.Л.

Програму погоджено методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол від “27” серпня 2018 року № 1.

Голова методичної комісії Анощенко О.О.

**Вступ**

Програма навчальної дисципліни **“Геометрія підмноговидів”** складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки **бакалавр**

спеціальність (напрям) **111-математика**

спеціалізації \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. **Опис навчальної дисципліни**

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “Геометрія підмноговидів” є ознайомлення з базовими конструкціями топології та геометрії підмноговидів у ріманових просторах.

1.2 Основними завданнями вивчення дисципліни “Геометрія підмноговидів” є оволодіння методами дослідження підмноговидів.

1.3. Кількість кредитів – **4**

1.4. Загальна кількість годин - **120**

|  |  |
| --- | --- |
| 1.5. Характеристика навчальної дисципліни | |
| Нормативна / **за вибором** | |
| Денна форма навчання | Заочна (дистанційна) форма навчання |
| Рік підготовки | |
| **4-й** |  |
| Семестр | |
| **8-й** |  |
| Лекції | |
| **32 год.** |  |
| Практичні, семінарські заняття | |
| **32 год.** |  |
| Лабораторні заняття | |
|  |  |
| Самостійна робота | |
| **56 год.** |  |
| Індивідуальні завдання | |
|  |  |

* 1. Заплановані результати навчання.

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

**знати :**

* Основні поняття диференціальної топології: гладкий многовид, гладке відображення, дотичний простір, векторне поле, тензорне поле, диференціал відображення, субмерсія, занурення, вкладення, занурений та вкладений підмноговид, орієнтовний підмноговид. Основні теореми: теорема Сарда, теореми про вкладення, в тому числі теорема Уітні.
* Основні поняття та результати диференціальної геометрії підмноговидів: перша та друга фундаментальні форми, індукована зв’язність, нормальна зв’язність, середня
* кривина, розкладення Гаусса та Вайнгартена, формули Гаусса, Кодацці, Річчі у загальному випадку та у випадках гіперповерхні, поверхні, підмноговидів у просторах постійної кривини. Фундаментальна теорема для підмноговидів просторів постійної кривини.

-Визначення та властивості основних класів підмноговидів: цілком геодезичних, цілком омбілічних, з паралельним векторним полем середньої кривини, мінімальних. Зокрема, перша та друга варіації об’єму підмноговиду, характеризація мінімальних підмноговидів, стійкість.

* Основні властивості опуклих гіперповерхонь евклідового простору.

**уміти :**

* Доводити, що дане відображення многовидів є вкладенням або зануренням.
* Обчислювати першу та другу фундаментальні форми, індуковану та нормальну зв’язності, середню кривину.
* Визначати, чи є даний підмноговид цілком геодезичним, цілком омбілічним, з паралельним векторним полем середньої кривини, мінімальним.
* Застосовувати формули Гаусса, Кодацці, Річчі до вирішення задач.

**2. Тематичний план навчальної дисципліни**

**Розділ 1. Основні поняття топології та геометрії підмноговидів**

**Тема 1. Основні поняття диференціальної топології**

* Гладкий многовид, гладке відображення, дотичний простір, гладке відображення, диференціал відображення.
* Векторне поле, дужка Лі. Тензорне поле, диференційні форми.
* Субмерсія, занурення, вкладення, занурений та вкладений підмноговид. Приклади. Теорема Фробеніуса.
* Орієнтація.
* Теорема Сарда, теореми про вкладення, в тому числі теорема Уітні.

**Тема 2. Індукована метрика та зв’язність**

* Ізометричні відображення.
* Перша фундаментальна форма підмноговиду.
* Індукована зв’язність, друга фундаментальна форма підмноговиду, розкладення Гаусса.
* Нормальна зв’язність, оператор Вайнгартена, розкладення Вайнгартена
* Поле середньої кривини. Приклади обчислення.

**Тема 3. Рівняння Гаусса, Кодацці та Річчі**

* Рівняння Гаусса у загальному випадку та у випадках гіперповерхні, поверхні, підмноговидів у просторах постійної кривини.
* Рівняння Кодацці у загальному та часткових випадках.
* Рівняння Річчі у загальному та часткових випадках.
* Векторні розшарування.
* Фундаментальна теорема для підмноговидів просторів постійної кривини.

**Розділ 2. Класифікація підмноговидів та підмноговиди евклідового простору**

**Тема 1. Основні класи підмноговидів**

* Цілком геодезичні підмноговиди.
* Цілком омбілічні підмноговиди.
* Аксіоми площин та сфер Картана.

**Тема 2. Мінімальні підмноговиди та підмноговиди з паралельним полем середньої кривини**

* Мінімальний підмноговид, означення, приклади.
* Перша та друга варіації об’єму.
* Стійкість мінімальних підмноговидів. Критерії. Поля Якобі.
* Підмноговиди з паралельним векторним полем середньої кривини.
* Поверхні постійної кривини. Стійкість.

**Тема 3. Гіперповерхні евклідового простору**

* Цілком омбілічні гіперповерхні.
* Ейнштейнові гіперповерхні.
* Опуклі гіперповерхні.

**3. Структура навчальної дисципліни**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Назви розділів і тем | Кількість годин | | | | | | | | | | | |
| денна форма | | | | | | заочна форма | | | | | |
| усього | у тому числі | | | | | усього | у тому числі | | | | |
| л | п | лаб. | інд. | с. р. | л | п | лаб. | інд. | с. р. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| **Розділ 1.** **Основні поняття топології та геометрії підмноговидів** | | | | | | | | | | | | |
| Основні поняття диференціальної топології | 17 | 6 | 6 |  |  | 5 |  |  |  |  |  |  |
| Індукована метрика та зв’язність | 17 | 6 | 6 |  |  | 5 |  |  |  |  |  |  |
| Рівняння Гаусса, Кодацці та Річчі | 14 | 4 | 4 |  |  | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Разом за розділом 1 | 48 | 16 | 16 |  |  | 16 |  |  |  |  |  |  |
| **Розділ 2.** **Класифікація підмноговидів та підмноговиди евклідового простору** | | | | | | | | | | | | |
| Основні класи підмноговидів | 14 | 4 | 4 |  |  | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Мінімальні підмноговиди та підмноговиди з паралельним полем середньої кривини | 20 | 6 | 6 |  |  | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Гіперповерхні евклідового  простору | 16 | 6 | 4 |  |  | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Підготовка до заліку або іспиту | 8 |  | 2 |  |  | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Разом за розділом2 | 56 | 16 | 16 |  |  | 30 |  |  |  |  |  |  |
| Усього годин | **120** | **32** | **32** |  |  | **56** |  |  |  |  |  |  |

**4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № п\п | Назва теми | Кількість годин |
| 1 | Основні поняття диференціальної топології | 6 |
| 2 | Індукована метрика та зв’язність | 6 |
| 3 | Рівняння Гаусса, Кодацці та Річчі | 4 |
| 4 | Основні класи підмноговидів | 4 |
| 5 | Мінімальні підмноговиди та підмноговиди з паралельним полем середньої кривини | 6 |
| 6 | Гіперповерхні евклідового простору | 4 |
| 7 | Підготовка до заліку або іспиту | 2 |
|  | Разом | **32** |

**5. Завдання для самостійної роботи**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №  з/п | Назва теми | Кількість  годин | Форма контролю |
| 1 | Основні поняття диференціальної топології | 8 | Опитування |
| 2 | Індукована метрика та зв’язність | 8 | Опитування |
| 3 | Рівняння Гаусса, Кодацці та Річчі | 10 | Опитування |
| 4 | Основні класи підмноговидів | 8 | Опитування |
| 5 | Мінімальні підмноговиди та підмноговиди з паралельним полем середньої кривини | 10 | Опитування,  контрольна робота |
| 6 | Гіперповерхні евклідового простору | 6 | Опитування |
| 7 | Підготовка до заліку або іспиту | 6 | Залік або іспит |
|  | Разом | **56** |  |

**6. Індивідуальні завдання**

Не передбачені навчальним планом.

**7. Методи контролю**

Опитування, контрольна робота (2), іспит або залік.

**8. Схема нарахування балів**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поточний контроль та самостійна робота | | | | | | Залік / іспит | Сума |
| Розділ 1 | | | Розділ 2 | | |
| Т1 | Т2 | Т3 | Т1 | Т2 | Т3 | 40 | 100 |
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |

**Шкала оцінювання**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка | |
| Для іспиту | Для заліку |
| 90 – 100 | відмінно | зараховано |
| 70-89 | добре |
| 50-69 | задовільно |
| 1-49 | незадовільно | не зараховано |

**Критерії оцінювання**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оцінка в балах | Оцінка за національною шкалою | |
| Оцінка | Пояснення | |
| 90 – 100 | Відмінно | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою. |
| 70 – 89 | Добре | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками. |
| 50 –69 | Задовільно | Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками. |
| 1–49 | Незадовільно | Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки |

**9. Рекомендована література**

1. А.А. Борисенко. Внутренняя и внешняя геометрия многомерных подмногообразий. – М.: Экзамен, 2003.
2. Ю.А. Аминов. Геометрия подмногообразий. – К.: Наукова думка, 2002.
3. M. Dajczer. Submanifolds and isometric immersions. – Houston: Publish or Perish, 1990.

B.-Y. Chen. Geometry of submanifolds and its applications. – Tokyo, 1981.

**Допоміжна література**

Тема “Основні поняття диференціальної топології”

1. В.А. Зорич. Математический анализ, часть 2. – М.: Наука, 1984.
2. М. Хирш. Дифференциальная топология. – М.: Мир, 1979.
3. Дж. Милнор, А. Уоллес. Дифференциальная топология. Начальный курс. – М.: Мир, 1972.
4. М.М. Постников. Гладкие многообразия. – М.: На­у­ка, 1988.
5. С. Стернберг. Лекции по дифференциальной геометрии. – М.: Мир, 1970.

Тема “Індукована метрика та зв’язність”

1. Б.А. Ду­б­ро­вин, С.П. Но­ви­ков, А.Т. Фо­ме­н­ко Со­в­ре­мен­ная гео­ме­т­ри­я. Ме­то­ды и при­ло­же­ни­я*.* – М.: На­у­ка, 1986.
2. Ш. Кобаяси, К. Номидзу. Основы дифференциальной геометрии, том 2. – М.: Наука, 1981.

Тема “Рівняння Гаусса, Кодацці та Річчі”

1. Ш. Кобаяси, К. Номидзу. Основы дифференциальной геометрии, том 2. – М.: Наука, 1981.

Тема “Мінімальні підмноговиди та підмноговиди з паралельним полем середньої кривини ”

1. А.А. Тужилин, А.Т. Фоменко. Элементы геометрии и топологии минимальных поверхностей. – М.: Наука, 1991.
2. Дао Чонг Тхи, А.Т. Фоменко. Минимальные поверхности и проблема Плато. – М.: Наука, 1987.
3. T.H. Colding, W.P. Minicozzi II. Minimal surfaces. – NY: Courant Institute, 1999.
4. K. Kenmotsu. Surfaces with constant mean curvature. – Providence: AMS, 2003.

**10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернет, відео-лекції, інше методичне забезпечення**