

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”  
Декан факультету  
математики і інформатики  
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ  
“ 18 ” 08 2024 р.



Робоча програма навчальної дисципліни

**Лінійна алгебра**

рівень вищої освіти **перший(бакалаврський)**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика, 113 – Прикладна математика,**

освітня програма **«Математика», «Прикладна математика»**

вид дисципліни **обов'язкова**

факультет **математики і інформатики**

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Каролінський Євген Олександрович, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фундаментальної математики.**

Робоча програма схвалена на засіданні кафедри фундаментальної математики протокол від 26 серпня 2024 року № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)  
програми



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Прикладна математика»

Гарант освітньої (професійної)  
програми



Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Лінійна алгебра” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавр спеціальності 111 – Математика, 113 – Прикладна математика освітня програма «Математика», «Прикладна математика»

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є навчання майбутніх спеціалістів основам лінійної алгебри.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам лінійної алгебри та застосуванню цих методів для розв’язання різноманітних задач теоретичного та практичного характеру.

1.3. Кількість кредитів – 6

1.4. Загальна кількість годин – 180

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<b>Обов’язкова</b>	
<b>Денна форма навчання</b>	Заочна (дистанційна) форма навчання
<b>Рік підготовки</b>	
<b>1-й</b>	
Семестр	
<b>2-й</b>	
Лекції	
<b>48 год.</b>	
<b>Практичні, семінарські заняття</b>	
<b>48 год.</b>	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
<b>84 год.</b>	
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен **знати**:

- ✓ Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.
- ✓ Теорію систем лінійних рівнянь та основні методи їх розв’язання.
- ✓ Теорію визначників та основні методи обчислення визначників.
- ✓ Аксиоми лінійного простору. Приклади лінійних просторів.
- ✓ Поняття лінійної незалежності та повноти системи векторів.
- ✓ Поняття базису та розмірності лінійного простору.
- ✓ Поняття підпростору. Способи завдання підпростору. Властивості суми та перетину підпросторів, формулу Грасмана для розмірності суми.
- ✓ Поняття прямої суми та додаткового підпростору.
- ✓ Поняття рангу матриці, теорему про ранг.
- ✓ Поняття факторпростору.
- ✓ Визначення, основні властивості та приклади лінійних відображень, в тому числі властивості ядра та образу лінійного відображення, завдання лінійного відображення матрицею, операції над лінійними відображеннями та матрицями, залежність матриці лінійного відображення від вибору базису.
- ✓ Поняття лінійного функціоналу та двоїстого простору.

✓ Поняття інваріантного підпростору лінійного оператора. Властивості власних векторів та власних значень лінійного оператора. Умови напівпростоти лінійного оператора.

**уміти:**

- ✓ Розв'язувати системи лінійних рівнянь.
- ✓ Обчислювати визначники.
- ✓ Обчислювати координати вектора у даному базисі.
- ✓ Знаходити базис та розмірність підпростору лінійного простору.
- ✓ Знаходити базис та розмірність суми та перетину лінійних просторів.
- ✓ Обчислювати ранг матриці.
- ✓ Перевіряти, чи є сума підпросторів прямою сумою, та знаходити проекції вектора на прямі складники.
- ✓ Знаходити матрицю лінійного оператора в даному базисі.
- ✓ Обчислювати ядро та образ лінійного оператора.
- ✓ Знаходити обернену матрицю.
- ✓ Знаходити власні вектори та власні значення лінійного оператора, приводити напівпростий оператор до діагонального вигляду.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### *Розділ 1.* Системи лінійних рівнянь, визначники та матриці

Тема 1. Системи лінійних рівнянь та визначники

1. Системи лінійних рівнянь. Матричний запис систем лінійних рівнянь. Алгоритм Гауса.
2. Підстановки.
3. Визначники. Алгоритм Гауса для обчислення визначника. Розкладання визначника за рядком (стовпцем).
4. Визначник Вандермонда.
5. Визначники Якобі. Лінійні однорідні рекурентні рівняння.
6. Теорема Лапласа.
7. Теорема єдиності визначника.

Тема 2. Дії з матрицями

1. Операції над матрицями.
2. Визначник добутку матриць.
3. Обернена матриця. Умови існування оберненої матриці. Обчислення оберненої матриці.
4. Формули Крамера.

### *Розділ 2.* Лінійні простори та лінійні відображення

Тема 3. Лінійні простори

1. Визначення та найпростіші властивості лінійних просторів. Приклади лінійних просторів.
2. Лінійна незалежність та повнота системи векторів. Скінченовимірність. Базис та розмірність лінійного простору. Класифікація скінченовимірних лінійних просторів.
3. Лінійна оболонка системи векторів. Розмірність лінійної оболонки.
4. Сума та перетин підпросторів. Формула Грасмана.
5. Ранг матриці. Теорема про ранг. Застосування до теорії систем лінійних рівнянь.
6. Пряма сума підпросторів. Пряме доповнення.

## Тема 4. Лінійні відображення

1. Означення лінійного відображення. Елементарні властивості та приклади.
2. Факторпростір.
3. Теорема Ньотер для лінійних відображень. Розмірність ядра та образу лінійного відображення.
4. Лінійні функціонали. Спряжений простір. Теорія двоїстості.
5. Зв'язок між лінійними відображеннями та матрицями. Визначник добутку матриць.
6. Обернена матриця.
7. Матриця переходу. Залежність матриці лінійного відображення від вибору базисів.
8. Інваріантні підпростори. Власні вектори та власні значення лінійного оператора. Напівпрості лінійні оператори.

## 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин												
	денна форма						заочна форма						
	усього	у тому числі					усього	у тому числі					
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
<b>Розділ 1. Системи лінійних рівнянь, визначники та матриці</b>													
Тема 1. Системи лінійних рівнянь та визначники	60	16	16			28							
Тема 2. Дії з матрицями	30	8	8			14							
Усього за розділом 1	90	24	24			42							
<b>Розділ 2. Лінійні простори та лінійні відображення</b>													
Тема 1. Лінійні простори	45	12	12			21							
Тема 2. Лінійні відображення	43	12	10			21							
Усього за розділом 2	88	24	22			42							
Контрольна робота	2		2										
<b>Усього годин</b>	<b>180</b>	<b>48</b>	<b>48</b>			<b>84</b>							

## 4. Темі семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Системи лінійних рівнянь та визначники Системи лінійних рівнянь. Алгоритм Гауса. Підстановки. Визначники. Алгоритм Гауса для обчислення визначника. Розкладання визначника за рядком (стовпцем). Визначник Вандермонда. Визначники Якобі. Лінійні однорідні рекурентні рівняння. Теорема Лапласа.	16
2	Дії з матрицями Операції над матрицями. Обернена матриця. Формули Крамера.	8
3	Лінійні простори Лінійна незалежність та повнота системи векторів. Базис та розмірність лінійного простору. Лінійна оболонка системи векторів. Розмірність лінійної оболонки. Сума та перетин підпросторів. Формула Грасмана. Ранг матриці. Застосування до теорії систем лінійних рівнянь. Пряма сума підпросторів. Пряме доповнення.	12
4	Лінійні відображення Лінійні відображення. Елементарні властивості та приклади. Факторпростір. Розмірність ядра та образу лінійного відображення. Лінійні функціонали. Спряжений простір. Теорія двоїстості. Зв'язок між лінійними відображеннями та матрицями. Матриця переходу. Залежність матриці лінійного відображення від	10

	вибору базисів. Інваріантні підпростори. Власні вектори та власні значення лінійного оператора. Напівпрості лінійні оператори.	
5	<i>Контрольна робота</i>	2
	<b>Разом</b>	<b>48</b>

### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Розв'язання задач з домашнього завдання за темами:	
1	Системи лінійних рівнянь та визначники	28
2	Дії з матрицями	14
3	Лінійні простори	21
4	Лінійні відображення	21
	<b>Разом</b>	<b>84</b>

### 6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

### 7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

### 8. Методи контролю

- поточний семестровий (контрольна робота);
- підсумковий семестровий (екзамен).

### 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Контрольні роботи, передбачені навчальним планом	Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1		Розділ 2		20	60	40	100
T1	T2	T1	T2				
10	10	10	10				

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

### Критерії оцінювання навчальних досягнень

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань. За активність під час занять можуть нараховуватись бонусні бали.

За контрольні роботи бали нараховуються таким чином:

максимальний бал у разі правильної обґрунтованої відповіді;  
 за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;  
 за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід розв'язання в цілому правильний;  
 у разі частково правильних міркувань за відсутності обґрунтованої відповіді виставляється до 30 відсотків від максимальної кількості балів;  
 відповідь не відповідає жодному з критеріїв, які сформульовані вище, – виставляється 0 балів.

Екзаменаційний білет складається з двох теоретичних питань та однієї задачі. Максимальну кількість балів за теоретичні питання можна отримати, якщо сформулювати та довести відповідні твердження, навести необхідні приклади. Якщо студент правильно описав ідею доведення, але не зміг до кінця привести відповідні викладки, то оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків. У випадку, коли студент зробив помилки при формулюванні тверджень або не зміг пояснити ідею доведення чи навести приклади, то оцінка зменшується від 40 до 100 відсотків. Задача оцінюється за тими ж принципами, що контрольні роботи.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для чотирирівневої шкали оцінювання
90–100	відмінно
70–89	добре
50–69	задовільно
1–49	незадовільно

## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. Андрійчук В. І., Забавський Б. В. Алгебра і теорія чисел. – Львів, 2005.
2. Андрійчук В. І., Забавський Б. В. Лінійна алгебра. – Львів, 2008.
3. Vinberg E. A Course in Algebra. – AMS, 2003.

### Допоміжна література

1. Безущак О. О., Ганюшкін О. Г., Кочубінська Є. А. Навчальний посібник з лінійної алгебри. – Київ, 2019.
2. Безущак О. О., Ганюшкін О. Г., Кочубінська Є. А. Завдання до практичних занять з лінійної алгебри. – Київ, 2016.
3. Kostrikin A. I, Yu. I. Manin. Linear Algebra and Geometry. – Gordon and Breach, 1997
4. Lang S. Algebra. – Springer, 2002.
5. Kostrikin A. I. Introduction to algebra. – Springer, 1982.