

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету  
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ



“30” 08 2023 р.

Робоча програма навчальної дисципліни  
**Теорія банахових просторів**

рівень вищої освіти **магістр**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2023 / 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

29 серпня 2023 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Професор кафедри фундаментальної математики, доктор фізико-математичних наук,  
професор Кадець Володимир Михайлович**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики  
протокол від 28 серпня 2023 року № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (наукової) програми «Математика»

Гарант освітньої (наукової)  
програми



Ганна ВИШНЯКОВА

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики  
протокол від 29 серпня 2023 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Ольга АНОЩЕНКО

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “**Теорія банахових просторів**” складена відповідно до освітньо-наукової програм підготовки **магістр** спеціальності **111 – Математика** освітня програма «**Математика**»

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни «**Теорія банахових просторів**» є надання майбутнім фахівцям знань про специфічні класи банахових просторів, ізоморфні та ізометричні властивості, базиси та біортогональні системи у банахових просторах.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни «**Теорія банахових просторів**» є навчання студентів основам теорії банахових просторів та методам її застосування у споріднених розділах математики.

1.3. Кількість кредитів – **5**

1.4. Загальна кількість годин **150**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<b>За вибором</b>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
<b>1-й</b>	
Семестр	
<b>2-й</b>	
Лекції	
<b>22 год.</b>	
Практичні, семінарські заняття	
<b>22 год.</b>	
Лабораторні заняття	
0 год.	
Самостійна робота	
<b>106 год.</b>	
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен:

**знати :**

- термінологію теорії рядів;
- означення та властивості безумовно збіжних рядів, зв'язок між різними видами збіжності рядів;
- теорему Дворецького–Роджерса;
- означення та приклади базисів у класичних просторах;
- критерій базисності;
- теорему Мазура про базисні послідовності;
- теорему Крейна-Мільмана-Рутмана
- властивості базисів у рефлексивних просторах;
- техніку блок-базисів;
- теореми Бессага–Пелчинського та Орліча–Петтіса;
- нерівність Хінчина та теорему Орліча про ряди у просторах Лебега;
- теорію типу, котипу, В-опуклості і С-опуклості.

**уміти :**

- перевіряти збіжність, безумовну збіжність та абсолютну збіжність рядів;
- перевіряти повноту, лінійну незалежність, мінімальність та базисність систем;
- застосовувати вивчену теорію до розв'язку задач.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

**Тема 1.** Огляд базових фактів про двоїстість у банахових просторах.

1. Теореми про загальний вигляд лінійного функціонала.
2. Слабка збіжність та рефлексивність.
3. Критерій поточної збіжності послідовності операторів та критерії слабкої збіжності у конкретних просторах.

**Тема 2.** Ряди у банахових просторах.

1. Збіжність: умовна, безумовна та абсолютна.
2. Приклади. Критерії безумовної збіжності.
3. Теорема Дворецького-Роджерса.

**Тема 3.** Базиси та споріднені системи.

1. Означення базиса та приклади.
2. Повні та представляючі системи.
3. Лінійна незалежність та  $\omega$ - лінійна незалежність.
4. Мінімальність та біортогональні функціонали.
5. Критерій базиса.
5. Еквівалентні послідовності. Терема Крейна-Мільмана-Рутмана.

**Тема 4.** Базисні послідовності.

1. Теорема Мазура про базисні послідовності.
2. Блок-базиси та попарна неізоморфність просторів  $\ell_p$ .
3. Теорема Шура про слабку збіжність в  $\ell_1$ .

**Тема 5.** Нерівність Хінчина та її застосування.

1. Функції Радемахера.
2. Нерівність Хінчина.
3. Теорема Орліча про ряди у просторах Лебега. Теорія типа і котипа.
4. Парна неізоморфність просторів  $L_p$ .

**Тема 6.** Теорія Джеймса.

1. Натягуючі базиси та обмежено повні базиси.
2. Критерій рефлексивності у термінах базисів.
3. Безумовні базиси у рефлексивних просторах.
4. Простір Джеймса.

**Тема 7.** Рівність Даугавета.

1. Теорема Даугавета.
2. Відсутність безумовного базису в  $C[0, 1]$ .

**Тема 8.** Тригонометрична система в класичних просторах.

1. Формула для операторів часткових сум.
2. Норми операторів часткових сум в  $C(T)$ .
3. Теорема Рудіна про мінімальність.
4. Оператор Риса.
5. Нерівність Юдіна.
6. Інтерполяційна теорема Риса-Торина та її застосування.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин												
	денна форма						заочна форма						
	усього	у тому числі					усього	у тому числі					
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Тема 1. Огляд базових фактів	21	3	3			15							
Тема 2. Ряди у банахових просторах	21	3	3			15							
Тема 3. Базиси та споріднені системи	21	3	3			15							
Тема 4. Базисні послідовності	21	3	3			15							
Тема 5. Нерівність Хінчина	21	3	3			15							
Тема 6. Теорія Джеймса	16	3	3			10							
Тема 7. Рівність Даугавета	14	2	2			10							
Тема 8. Тригонометрична система	15	2	2			11							
<b>Усього годин</b>	<b>150</b>	<b>22</b>	<b>22</b>			<b>106</b>							

### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Огляд базових фактів	3
2	Ряди у банахових просторах	3
3	Базиси та споріднені системи	3
4	Базисні послідовності	3
5	Нерівність Хінчина, тип, котип, В-опуклість і С-опуклість	3
6	Теорія Джеймса	3
7	Рівність Даугавета	2
8	Тригонометрична система	2
9	Контрольна робота	<b>22</b>
	<b>Разом</b>	<b>3</b>

### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Опрацювання додаткового матеріалу та виконання домашніх завдань	
1	Огляд базових фактів (домашні завдання)	15
2	Ряди у банахових просторах	15
3	Базиси та споріднені системи	15

4	Базисні послідовності (Домашні завдання)	15
5	Нерівність Хінчина тип, котип, В-опуклість і С-опуклість	15
6	Теорія Джеймса (Домашні завдання)	10
7	Рівність Даугавета (Домашні завдання)	10
8	Тригонометрична система	11
	<b>Разом</b>	<b>106</b>

### 6. Індивідуальні завдання

Не заплановані навчальним планом.

### 7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

### 8. Методи контролю

- 1) поточний семестровий (домашні завдання); контрольна робота (1);
- 2) підсумковий екзамен.

### 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Екзамен	Сума
Теми 1-4	Теми 5-8	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом		
20	20	20	60	40	100

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

### Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом

		балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 –69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. Kadets, M.I.; Kadets, V.M. Series in Banach spaces. Conditional and unconditional convergence / Birkhauser, Basel - Boston - Berlin, 1997 (Operator Theory Advances and Applications, vol. 94), 156 pp..
2. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. Підручник. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2012. – 590 с. – (Серія “Університетська бібліотека”).

### Допоміжна література

1. J. Lindenstrauss, L. Tzafriri. Classical Banach Spaces I and II. Springer, 1996. - 431 pp.

## 11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. <https://www.twirpx.com/file/390587/>
2. <https://www.springer.com/us/book/9783319920030>