

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра **фундаментальної математики**

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В.о. декана факультету математики
і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ



Сергій 2025 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Різницеві рівняння

рівень вищої освіти **перший (бакалаврський)**

галузь знань **11 – Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітньо-професійна програма - **Математика**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2025 / 2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

26 серпня 2025 року, протокол № 10

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Гефтер Сергій Леонідович – кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри фундаментальної математики**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
протокол від 26 серпня 2025 року № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика».

Гарант освітньої (наукової)
програми



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і
інформатики.

Протокол від 26 серпня 2025 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Різницеві рівняння**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр**
спеціальність **111 Математика**
освітня програма «**Математика**»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни «*Різницеві рівняння*» є навчання майбутніх спеціалістів основам теорії різницевих рівнянь, а також змістовними прикладами їх застосування.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни «*Різницеві рівняння*» є навчання студентів основним методам розв'язання лінійних різницевих рівнянь і ознайомлення з деякими застосуваннями лінійних та нелінійних різницевих рівнянь.

1.3. Кількість кредитів – **3**

1.4. Загальна кількість годин – **90**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
4-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
16 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
42 год.	
у тому числі Індивідуальні завдання	
-	

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна

Програма вивчення вибіркової навчальної дисципліни «*Різницеві рівняння*» передбачає засвоєння основних понять теорії різницевих рівнянь та вироблення навичок її застосування для розв'язання задач.

1.6.1. Формування наступних інтегральної та загальних компетентностей

ІК - Здатність розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

1.6.2. Формування наступних фахових компетентностей

ФК01. Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

ФК03. Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.

ФК08. Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна

Програмні результати навчання за ОПП:

РН16. Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.

1.8. Пререквізити: Математичний аналіз, Лінійна алгебра.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Тема 1. Загальна теорія різницевого рівняння. Лінійні скалярні різницеві рівняння першого порядку. Властивості розв'язків лінійних різницевого рівняння вищого порядку. Деякі нелінійні різницеві рівняння.

Тема 2. Лінійні різницеві стаціонарні рівняння. Нормальні еволюційні системи різницевого рівняння. Лінійні стаціонарні системи різницевого рівняння. Неоднорідні лінійні стаціонарні різницеві рівняння з квазіполіноміальною правою частиною.

Тема 3. Неявні лінійні стаціонарні різницеві рівняння та їх застосування. Загальна теорія систем неявних лінійних різницевого рівняння. Модель Леонтьєва. Модель Леслі.

Тема 4. Неявні лінійні стаціонарні різницеві рівняння над комутативними кільцями. Неявні лінійні стаціонарні різницеві рівняння з цілими коефіцієнтами. Неявні лінійні стаціонарні різницеві рівняння над локальними кільцями. Неявні лінійні однорідні різницеві рівняння першого порядку у напівгрупах.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усьог	у тому числі				
		л	п	ла б	інд	ср		о	л	п	ла б	інд ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Тема 1. Загальна теорія різницевого рівняння	30	8	4			18						
Тема 2. Лінійні різницеві стаціонарні рівняння	20	8	4			8						
Тема 3. Неявні лінійні стаціонарні різницеві рівняння та їх застосування	20	8	4			8						
Тема 4. Неявні лінійні стаціонарні різницеві рівняння над комутативними кільцями	20	8	4			8						
Усього годин	90	32	16			42						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Теми практичних занять	Кількість годин
1	Лінійні скалярні різниці рівняння першого порядку.	2
2	Деякі нелінійні різниці рівняння першого порядку.	3
3	Однорідні лінійні стаціонарні різниці рівняння.	3
4	Неоднорідні лінійні стаціонарні різниці рівняння з квазіполіноміальною правою частиною.	2
5	Лінійні стаціонарні системи різницьових рівнянь.	2
6	Неявні лінійні стаціонарні різниці рівняння з цілими коефіцієнтами.	1
7	Неявні лінійні стаціонарні різниці рівняння над локальними кільцями.	1
8	Контрольна робота.	2
	Разом	16

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Лінійні скалярні різниці рівняння першого порядку.	4
2	Деякі нелінійні різниці рівняння першого порядку.	6
3	Однорідні лінійні стаціонарні різниці рівняння.	4
4	Неоднорідні лінійні стаціонарні різниці рівняння з квазіполіноміальною правою частиною.	4
5	Лінійні стаціонарні системи різницьових рівнянь.	6
6	Неявні лінійні стаціонарні різниці рівняння з цілими коефіцієнтами.	2
7	Неявні лінійні стаціонарні різниці рівняння над локальними кільцями.	4
8	Модель Леонтьєва. Модель Леслі.	4
9	Загальна теорія систем неявних лінійних різницьових рівнянь.	6
	Разом	42

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

7. Методи навчання

Використовуються пояснювально-ілюстративний, (лекції і практичні заняття), репродуктивний (виконання домашніх завдань) і частково-пошуковий (контрольні роботи) методи.

8. Методи контролю

Поточне опитування, контрольна робота (1), підсумковий контроль – залік.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Залік	Сума
Тема 1	Тема 2	Тема 3, 4	контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом		
10	10	10	30	60	40	100

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для чотирирівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

10. Рекомендована література

Основна література

1. Мартиненко М.А., Юрик І.І. Аналітичні функції. Операційне числення. Різницеві рівняння: Навч. посіб.— К.: НУХТ, 2007.— 240 с.
2. Ю.І.Волков, Н.М.Войналович, Елементи дискретної математики, Кіровоград, РВЦ КДПУ, 2000.

Допоміжна література

1. Kelley, W.G.: Peterson, A.C., Difference Equation: An Introduction with Applications, 2nd ed., pp. 404. Academic Press (2001).
2. Gefer, S., Goncharuk, A., Piven', A., Implicit Linear First Order Difference Equations Over Commutative Rings, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol. 416. Springer, Cham, 2023, P. 199-216

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. www-library.univer.kharkov.ua
2. <https://mathworld.wolfram.com/topics/RecurrenceEquations.html>