

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра **фундаментальної математики**

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету
математики і інформатики
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ
“ 28 ” 08 2024 р.



Робоча програма навчальної дисципліни
функціональний аналіз

рівень вищої освіти - **перший(бакалаврський)**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **обов'язкова**

факультет **математики і інформатики**

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

Фастовська Тамара Борисівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фундаментальної математики

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
Протокол від 26 серпня 2024 року № 1.

В.о. завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)
програми



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**функціональний аналіз**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр спеціальності 111 – Математика** освітня програма «**Математика**»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “функціональний аналіз” є надання майбутнім фахівцям знань у галузі сучасного функціонального аналізу.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам функціонального аналізу та застосуванню цих методів у інших математичних дисциплінах.

1.2.1. Формування наступних інтегральної та загальних компетентностей:

ІК01. Здатність розв’язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп’ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК03. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК07. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

1.2.2. Формування наступних фахових компетентностей:

ФК01. Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання.

ФК02. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв’язання тієї самої задачі.

ФК04. Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізнити правдоподібні аргументи від формально бездоганих.

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин – 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов’язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
6-й	
Лекції	
64 год.	
Практичні, семінарські заняття	
-	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	
розрахунково-графічні роботи (2)	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

знати :

- термінологію теорії метричних та топологічних просторів;
- основні факти про нормовані та банахові простори, класичні приклади банахових просторів;
- стандартні форми теореми Гана-Банаха та методи застосування цієї теореми;
- принцип рівномірної неперервності, теорему про замкнений графік та методи застосування цих теорем;
- термінологію гільбертова простору, стандартні приклади, загальні теореми та теорію рядів Фур'є у гільбертовому просторі;
- спектральну теорему для компактних самоспряжених операторів.

уміти :

- застосовувати отримані знання, розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді, зокрема знаходити границі послідовностей елементів різних просторів; досліджувати множини у нормованих просторах на опуклість, лінійність, замкненість, відкритість; перевіряти повноту систем елементів за допомогою теореми Гана-Банаха; досліджувати оператори у банаховому просторі на лінійність, неперервність, ін'єктивність; сюр'єктивність; користуватися мовою гільбертового простору, обчислювати скалярні добутки, знаходити норми елементів, функціоналів та операторів, проводити ортогоналізацію систем елементів;
- відшукувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі та інших джерелах інформації;

Результати вивчення навчальної дисципліни «Функціональний аналіз» відповідають таким програмним результатам навчання:

РН.04 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

РН13 Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних.

РН16 Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Простори, класичні теореми про лінійні оператори та функціонали

Тема 1. Нескінченновимірні лінійні простори

1. Упорядковані множини та лема Цорна.
2. Теорема існування базиса Гамеля.
3. Лінійні операції над підмножинами.
4. Лінійні оператори. Ін'єктивність и сюр'єктивність.

Тема 2. Нормовані та банахові простори

1. Норма. Одинична куля. Зв'язок між одиничною кулею і нормою.
2. Критерій повноти у термінах рядів. Приклади повних та неповних просторів.
3. Підпростори, фактор-простори. Теорема Ф.Риса про некомпактність одиничної кулі.
4. Функціонали. Теорема Гана-Банаха.

Тема 3. Гільбертові простори

1. Аксиоми. Нерівність Коши. Рівність паралелограма.
2. Відстань від точки до підпростору.
3. Ортонормовані системи, повні системи, ортогоналізація та ряди Фур'є.

Тема 4. Лінійні оператори

1. Лінійні неперервні оператори. Критерій неперервності оператора. Норма оператора та методи її обчислення.
2. Повнота простору операторів.
3. Лінійні оператори в гільбертовому просторі.
4. Продовження операторів по неперервності.

Розділ 2. Основні принципи функціонального аналізу

Тема 5. Зворотний оператор. Теорема про замкнений графік

1. Відкриті відображення. Теореми Банаха про відкриті відображення та про обернений оператор.
2. Графік. Теорема Банаха про замкнений графік.
3. Доповнювані підпростори та проектори.

Тема 6. Принцип рівномірної обмеженості

1. Теорема Банаха - Штейнгауса.

2. Критерій поточної збіжності. Застосування до рядів Фур'є.

Тема 7. Спектр лінійного оператора. Резольвента.

1. Класифікація точок спектра .
2. Теореми про резольвентну множину та спектр лінійного оператора.

Тема 8. Спряжені простори.

1. Загальний вигляд лінійного функціонала в конкретних просторах.
2. Спряжені та рефлексивні простори.
3. Слабка збіжність.
4. Симетричні та самоспряжені оператори.

Тема 9. Компактні оператори.

1. Властивості компактного оператора.
2. Теорема про спектр самоспряженого компактного оператора.
3. Теореми Фредгольма.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Нормовані простори, Класичні теореми про лінійні оператори та функціонали.												
Тема 1. Нескінченновимірні лінійні простори	13	6				7						
Тема 2. Нормовані та банахові простори	15	8				7						
Тема 3. Гільбертові простори	17	10				7						
Тема 4. Лінійні оператори	15	8				7						
Усього за розділом 1	60	32				28						
Розділ 2. Основні принципи функціонального аналізу.												
Тема 5. . Зворотний оператор. Теорема про замкнений графік	9	4				5						

Тема 6. Принцип рівномірної обмеженості	9	4				5					
Тема 7. Спектр лінійного оператора. Резольвента.	16	8				8					
Тема 8. Спряжені простори.	13	8				5					
Тема 9. Компактні оператори.	13	8				5					
Усього за розділом 2	60	32				28					
Усього годин	120	64				56					

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

Не заплановані навчальним планом.

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Опрацювання зазначених тем та виконання домашніх завдань:	
1	Нескінченновимірні лінійні простори.	5
2	Нормовані та банахові простори.	5
3	Гільбертові простори.	5
4	Лінійні оператори.	5
5	Теорема про замкнений графік.	5
6	Принцип рівномірної обмеженості.	5
7	Спектр лінійного оператора. Резольвента.	5
8	Спряжені простори.	5
9	Компактні оператори.	5
10	Виконання розрахунково-графічних робіт (2)	11
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Розрахунково-графічні роботи (2).

7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

8. Методи контролю

- 1) поточний семестровий: домашні завдання; розрахунково-графічні роботи (2);
- 2) підсумковий екзамен.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль та самостійна робота Розрахунково-графічні роботи		Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	50	50	100
25	25			

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не

		приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки.
--	--	--

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для чотирирівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

10. Рекомендована література

Основна література

Основна література

1. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. Підручник. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2012. – 590 с. – (Серія “Університетська бібліотека”).
- 2.

Допоміжна література

1. Банах С., Курс функціонального аналізу, Київ, «Рад. школа», 1948.
2. Liusternik L. A. (Author), Sobolev V. J. (Author) Elements of Functional Analysis, Frederick Ungar Publishing Co; 1st Edition (January 1, 1961).

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. http://page.mi.fu-berlin.de/werner99/kadetsbook/Kadets_Functional_Analysis.pdf
<https://www.springer.com/us/book/9783319920030>