

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”  
Декан факультету  
математики і інформатики  
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ  
“13” 08 2024 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Аналітична геометрія**

рівень вищої освіти **перший(бакалаврський)**

галузь знань **12 – інформаційні технології**

спеціальність **122 - Комп'ютерні науки**

освітня програма **«Теоретична і прикладна інформатика»**

вид дисципліни **обов'язкова**

факультет **математики і інформатики**

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Ямпольський Олександр Леонідович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики протокол від 26 серпня 2024 року № 1 .

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Теоретична і прикладна інформатика».

Гарант освітньої (професійної)

програми



Ірина ЗАРЕЦЬКА

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики протокол від 27 серпня 2024 року № 1 .

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Аналітична геометрія» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавр спеціальності 122 – Комп'ютерні науки освітня програма «Теоретична і прикладна інформатика»

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни «Аналітична геометрія» є оволодіння методом координат при вирішенні геометричних задач на площині і в просторі, а також оволодіння базовими поняттями лінійної алгебри.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є розвиток просторового мислення і вміння робити геометричні висновки з алгебраїчних і аналітичних обчислень.

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин – 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	1-й
Семестр	
1-й	1-й
Лекції	
32 год.	6 год.
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	6 год.
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	108 год.
у тому числі індивідуальні завдання розрахунково-графічна робота (1)	

1.6. Заплановані результати навчання

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні:

#### **знати :**

- Основи векторної алгебри
- Означення афінного та евклідового просторів;
- Означення скалярного, векторного та мішаного добутків;
- Ознаки колінеарності та компланарності векторів;
- Рівняння прямих і площин в афінному та евклідовому просторах
- Означення опуклих множин, визначення опуклої оболонки та її механічний зміст;

#### **уміти :**

- обчислювати довжину вектора та кути між векторами;
- знаходити скалярний, векторний, подвійний векторний та змішаний добутки векторів, орієнтовану площу паралелограму та орієнтований об'єм паралелепіпеду, формули перетворення базисів та координат;
- складати параметричні, загальні та нормовані рівняння прямих і площин,

- знаходити кут між прямими (площинами) та кут між прямою та площиною, відхилення та відстань від точки до прямої (площини), відстань між мимобіжними прямими;
- записати перетворення центральної, осьової симетрії та симетрії відносно площини;
- записати осьовий поворот за допомогою кватерніонів;
- знайти рівняння геометричного місця точок за його описом;

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Семестр 1.

#### Розділ 1. Основи векторної алгебри

##### Тема 1. Вектори, координати, афінні координатні системи.

Напрявлені відрізки. Геометричні вектори та операції над ними. Лінійний векторний простір. Базис лінійного простору. Координати вектора. Розкладання вектору за базисом. Афінна система координат. Формула поділу відрізків у даному відношенні. Перетворення базисів і координат. Орієнтація.

##### Тема 2. Спеціальні добутки векторів та їх використання.

Скалярний добуток. Проекція вектору на пряму, вісь та площину. Евклідов простір. Векторний добуток. Площа паралелограму та його перетворення при заміні базису. Ознака колінеарності векторів. Подвійний векторний добуток. Тотожність Якобі. Поняття про алгебру Лі. Мішаний добуток векторів. Ознака компланарності векторів. Об'єм паралелепіпеду та його перетворення при заміні базису. Формула Лапласа.

#### Розділ 2. Застосування векторів в геометрії.

##### Тема 1. Прямі на афінній та евклідовій площині, в афінному та евклідовому просторі.

Види рівнянь прямої на афінній площині та в просторі (векторне, параметричне, загальне). Позиційні задачі типу (точка -- пряма) та (пряма -- пряма) на афінній площині та в просторі. Рівняння прямої на евклідовій площині. Метричні задачі на площині (відстані та кути). Центральна та осьова симетрія.

##### Тема 2. Площини і прямі в афінному та евклідовому просторі

Види рівнянь площини в афінному та евклідовому просторі (векторне, параметричне, загальне). Позиційні задачі типу (точка -- площина), (пряма -- площина) та (площина -- площина) в афінному та евклідовому просторах. Загальне рівняння прямої в евклідовому просторі. Метричні задачі в просторі (відстані та кути між прямими та площинами). Центральна, осьова симетрія. Симетрія відносно площини. Кватерніони та опис осьового повороту.

#### Розділ 3. Застосування методів аналітичної геометрії.

##### Тема 1. Опуклі множини

Рівняння відрізка, аналітичний опис опуклої множини. Опукла оболонка. Теорема Крейна-Мільмана. Механічний зміст опуклої оболонки. Задача лінійної оптимізації.

##### Тема 2. Задачі на геометричні місця точок.

Циклоїда, епіциклоїда, гіпоциклоїда. Конхоїда Нікомеда. Еліпс, гіпербола та парабола.

## 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усьог о	у тому числі					усьог о	у тому числі				
л		п	лаб	інд.	с. р.	л		п	лаб	інд.	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Основи векторної алгебри</b>												

Тема 1. Вектори, координати, афінні координатні системи.	14	4 *	4		6		2	2		10
Тема 2. Спеціальні добутки векторів та їх використання	18	4 *	4		10					25
Усього за розділом 1	32	8	8		16		2	2		35
<b>Розділ 2. Застосування векторів в геометрії.</b>										
Тема 1. Прямі на афінній та евклідовій площині, в афінному та евклідовому просторі.	18	6 *	6		10		2	2		10
Тема 2. Площини і прямі в афінному та евклідовому просторі	16	6 *	6		10					25
Усього за розділом 2	44	1 2	1 2		20		2	2		35
<b>Розділ 3. Застосування методів аналітичної геометрії.</b>										
Тема 1. Опуклі множини	18	6 *	6		10		2	2		20
Тема 2. Задачі на геометричні місця точок.	16	6 *	6		10					18
Усього за розділом 3	44	1 2	1 2		20		2	2		38
<b>Усього годин</b>	<b>120</b>	<b>3 2</b>	<b>3 2</b>		<b>56</b>		<b>6</b>	<b>6</b>		<b>108</b>

\* За дистанційною формою, на платформі ZOOM

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять (денна форма)

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Спрямовані відрізки. Геометричні вектори та операції над ними. Лінійний векторний простір.	2
2	Базис лінійного простору. Координати вектора. Розкладання вектору за базисом.	2
3	Афінна система координат. Формула поділу відрізків у даному відношенні.	2
4	Перетворення базисів і координат. Орієнтація	2
5	Скалярний добуток. Проекція вектору на пряму, вісь та площину.	2
6	Векторний добуток. Площа паралелограму та трикутника. Ознака колінеарності векторів.	2
7	Подвійний векторний добуток. Мішаний добуток векторів. Ознака компланарності векторів. Об'єм паралелепіпеду, тетраедру.	2
8	Види рівнянь прямої на афінній площині та в просторі (векторне, параметричне, загальне). Позиційні задачі типу (точка -- пряма) та (пряма -- пряма) на афінній площині та в просторі	2
9	Рівняння прямої на евклідовій площині. Метричні задачі на площині (відстані та кути). Центральна та осьова симетрія	2

10	Види рівнянь площини в афінному та евклідовому просторі (векторне, параметричне, загальне).	2
11	Позиційні задачі типу (точка -- площина), (пряма -- площина) та (площина – площина) в афінному та евклідовому просторах просторі	2
12	Загальне рівняння прямої в евклідовому просторі. Метричні задачі в просторі (відстані та кути між прямими та площинами).	2
13	Центральна, осьова симетрія. Симетрія відносно площини.	2
14	Кватерніони та опис осьового повороту	2
15	Рівняння відрізка, аналітичний опис опуклої множини. Опукла оболонка. Задача лінійної оптимізації.	2
16	Задачі на геометричні місця точок	2
	<b>Разом</b>	<b>32</b>

#### Заочно-дистанційна форма навчання

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Спеціальні добутки векторів	2
2	Прямі і площини в евклідовому просторі	2
3	Застосування методів аналітичної геометрії	2
	<b>Разом</b>	<b>6</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи для денної форми навчання

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Розв'язання задач за темами: Геометричні вектори та операції над ними. Базис лінійного простору. Афінна система координат. Перетворення базисів і координат. [3] № 2, 4, 10, 14, 18, 20, 22, 26, 30, 38, 40, 52, 54, 66, 70, 78, 80, 82.	6
2	Розв'язання задач за темами: Скалярний добуток. Векторний добуток. Подвійний векторний добуток. Мішаний добуток векторів. [3] № 84, 88, 90, 94, 100, 104, 106, 118, 110, 112, 128, 130, 136, 138, 142, 148, 150, 152, 154, 158, 160, 164, 166, 168, 177, 178, 180, 184, 186, 188, 196.	10
3	Розв'язання задач за темами: Види рівнянь прямої на афінній площині та в просторі (векторне, параметричне, загальне). Позиційні задачі типу (точка -- пряма) та (пряма -- пряма) на афінній площині та в просторі. Рівняння прямої на евклідовій площині. [3] № 230, 232, 236, 238, 244, 248, 250, 254, 256, 260, 262, 266, 268, 274, 278, 280, 288, 294, 298, 302, 304, 310, 312, 314, 424, 426, 428, 434, 438.	10
4	Розв'язання задач за темами: Види рівнянь площини в афінному та евклідовому просторі (векторне, параметричне, загальне). Позиційні задачі типу (точка -- площина), (пряма -- площина) та (площина – площина) в афінному та евклідовому просторах просторі. Загальне рівняння прямої в евклідовому просторі. [3] № 334, 336, 340, 342, 346, 348, 352, 354, 356, 360, 362, 366, 368, 372, 378, 380, 386, 388, 394, 396, 400, 406, 410, 412, 414, 416, 418, 420, 425, 427, 434, 438, 442, 446, 448, 450, 452, 458, 462, 468, 474.	10
5	Розв'язання задач за темами: Взаємне розташування точок, прямих і площин (різні задачі) [3] № 476, 478, 480, 482, 484, 486, 488, 490, 496, 500, 504, 506.	8
6	Розв'язання задач за темами: Задачі на геометричні місця точок. Кватерніони та опис осьового повороту. [3] № 226, 228, 1046, 1048.	4
7	Виконання розрахунково-графічної роботи.	8

	<b>Разом</b>	<b>56</b>
<b>для заочно-дистанційної форми навчання</b>		
№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Розв'язання задач за темами: Геометричні вектори та операції над ними. Базис лінійного простору. Афінна система координат. Перетворення базисів і координат. [3] № 2, 4, 10, 14, 18, 20, 22, 26, 30, 38, 40, 52, 54, 66, 70, 78, 80, 82.	12
2	Розв'язання задач за темами: Скалярний добуток. Векторний добуток. Подвійний векторний добуток. Мішаний добуток векторів. [3] № 84, 88, 90, 94, 100, 104, 106, 118, 110, 112, 128, 130, 136, 138, 142, 148, 150, 152, 154, 158, 160, 164, 166, 168, 177, 178, 180, 184, 186, 188, 196.	20
3	Розв'язання задач за темами: Види рівнянь прямої на афінній площині та в просторі (векторне, параметричне, загальне). Позиційні задачі типу (точка -- пряма) та (пряма -- пряма) на афінній площині та в просторі. Рівняння прямої на евклідовій площині. [3] № 230, 232, 236, 238, 244, 248, 250, 254, 256, 260, 262, 266, 268, 274, 278, 280, 288, 294, 298, 302, 304, 310, 312, 314, 424, 426, 428, 434, 438.	20
4	Розв'язання задач за темами: Види рівнянь площини в афінному та евклідовому просторі (векторне, параметричне, загальне). Позиційні задачі типу (точка -- площина), (пряма -- площина) та (площина – площина) в афінному та евклідовому просторах просторі. Загальне рівняння прямої в евклідовому просторі. [3] № 334, 336, 340, 342, 346, 348, 352, 354, 356, 360, 362, 366, 368, 372, 378, 380, 386, 388, 394, 396, 400, 406, 410, 412, 414, 416, 418, 420, 425, 427, 434, 438, 442, 446, 448, 450, 452, 458, 462, 468, 474.	20
5	Розв'язання задач за темами: Взаємне розташування точок, прямих і площин (різні задачі) [3] № 476, 478, 480, 482, 484, 486, 488, 490, 496, 500, 504, 506.	18
6	Розв'язання задач за темами: Задачі на геометричні місця точок. Кватерніони та опис осьового повороту. [3] № 226, 228, 1046, 1048.	18
	<b>Разом</b>	<b>108</b>

## 6. Індивідуальні завдання

Розрахунково-графічна робота (1).

## 7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

## 8. Методи контролю

– облік відвідування аудиторних занять;  
– перевірка виконання контрольної роботи, домашніх завдань, підсумковий контроль (залік).

## 9. Схема нарахування балів (для денної та заочно-дистанційної форми навчання)

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Ра- зом	За- лік	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3	Контрольна робота,	Індивідуальне завдання			

						передбачена навчальним планом				
T1	T2	T1	T2	T1	T2					
5	5	5	10	5	10	10	10	60	40	100

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

### Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	зараховано
70-89	
50-69	
1-49	не зараховано



## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. Борисенко О.А., Ушакова Л.М. Аналітична геометрія. – Харків: Основа, 1993
2. Кириченко В. В., Петкевич Н. Ю., Петравчук А. П. Аналітична геометрія. — Київ: ВПЦ «Київський університет», 2003. — 192 с.
3. Збірник задач з аналітичної геометрії / За ред. В. В. Кириченка. — Кам'янець-Подільський: Аксиома, 2005. — 228 с.

### Допоміжна література

4. Ямпольський О.Л. Аналітична геометрія. Вектори, прямі і площини. Навч.-метод. Посібник, ХНУ ім. Каразіна. Харків, 2020. 116 с.
5. Ямпольський О.Л., Шугайло О.О. Аналітична геометрія. Канонічні криві та поверхні другого порядку. Навч.-метод. Посібник, ХНУ ім. Каразіна. Харків, 2021. 100 с.
6. Ямпольський О.Л. Аналітична геометрія. Криві і поверхні другого порядку: загальна теорія. Навч.-метод. Посібник, ХНУ ім. Каразіна. Харків, 2021. 96 с.

### 11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. [www-library.univer.kharkov.ua](http://www-library.univer.kharkov.ua)
2. <http://library.kpi.kharkov.ua>