

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-
педагогічної роботи

Олександр ГОЛОВКО

“ ___ ” _____ 2022 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Елементи алгебри та теорії чисел

рівень вищої освіти **бакалавр**

галузь знань **11 – Математика та статистика, 12 – Інформаційні технології,
01 – Освіта/Педагогіка**

спеціальність **111 – Математика, 113 – Прикладна математика,
122 – Комп’ютерні науки, 014.04 – Середня освіта (Математика)**

освітня програма **«Математика», «Прикладна математика», «Теоретична і
прикладна інформатика», «Математика та інформатика»**

вид дисципліни **обов’язкова**

факультет **математики і інформатики**

2022/2023 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

29 серпня 2022 року, протокол № 7

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

Каролінський Євген Олександрович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фундаментальної математики, доцент.

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики від 26 серпня 2022 року, протокол № 1.

Завідувач кафедри



Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)
програм



Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Прикладна математика»

Гарант освітньої (професійної)
програм

Світлана ІГНАТОВИЧ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Теоретична і прикладна інформатика»

Гарант освітньої (професійної)
програм

Ірина ЗАРЕЦЬКА

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика та інформатика»

Гарант освітньої (професійної)



Ганна ЧЕРНОВА

програми

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики від 29 серпня 2022 року, протокол № 1.

Голова науково-методичної комісії

Ольга АНОЩЕНКО

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Елементи алгебри та теорії чисел” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавр спеціальності 111 – математика, 113 – прикладна математика, 122 - комп’ютерні науки, 014.04 – Середня освіта (Математика) освітня програма «Математика», «Прикладна математика», «Теоретична і прикладна інформатика», «Математика та інформатика»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є навчання майбутніх спеціалістів основам теорії чисел, а також алгебрі комплексних чисел та многочленів однієї змінної.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам алгебри та теорії чисел та застосуванню цих методів для розв’язання різноманітних задач теоретичного та практичного характеру.

1.3. Кількість кредитів – 6

1.4. Загальна кількість годин – 180

| | |
|---|-------------------------------------|
| 1.5. Характеристика навчальної дисципліни | |
| Нормативна / за вибором | |
| Денна форма навчання | Заочна (дистанційна) форма навчання |
| Рік підготовки | |
| 1-й | 1-й |
| Семестр | |
| 1-й | 1-й |
| Лекції | |
| 48 год. | 9 год. |
| Практичні, семінарські заняття | |
| 48 год. | 9 год. |
| Лабораторні заняття | |
| Самостійна робота | |
| 84 год. | 162 год. |
| у тому числі індивідуальні завдання | |
| | |

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

Знати:

- ✓ Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.
- ✓ Основні принципи арифметики цілих чисел: подільність, ділення з остачею, найбільший спільний дільник, прості числа, основна теорема арифметики, рівняння за модулем n та класи лишків, лінійні рівняння за модулем n , китайська теорема про лишки, мала теорема Ферма та теорема Ейлера.
- ✓ Аксиоми поля та приклади полів.
- ✓ Основні властивості комплексних чисел.
- ✓ Аксиоми кільця та приклади кілець.

✓ Основні властивості многочленів однієї змінної: подільність, ділення з остачею, найбільший спільний дільник, розкладення многочлена на незвідні множники, корені многочлена та теорема Безу, кратність кореня та похідна, основну теорему алгебри, інтерполяцію, теореми Штурма.

✓ Поняття про раціональні функції однієї змінної, розкладення на найпростіші дроби. **Уміти:**

✓ Виконувати арифметичні дії з цілими числами, виконувати ділення з остачею, знаходити найбільший спільний дільник за допомогою алгоритму Евкліда, розкласти цілі числа на прості множники, виконувати арифметичні дії з класами лишків, розв'язувати лінійні рівняння за модулем n , користатись китайською теоремою про лишки.

✓ Виконувати арифметичні дії з комплексними числами, знаходити модуль, аргумент та тригонометричну форму комплексного числа.

✓ Розв'язувати рівняння третього та четвертого ступенів.

✓ Виконувати арифметичні дії з многочленами однієї змінної, виконувати ділення з остачею, знаходити найбільший спільний дільник за допомогою алгоритму Евкліда, розкласти многочлени на незвідні множники, обчислювати кратність кореня многочлена, обчислювати інтерполяційний многочлен, приблизно обчислювати дійсні корені многочлена за допомогою методу Штурма.

✓ Розкласти раціональну функцію в суму найпростіших.

1.7 Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні мати наступні загальні компетентності :

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, володіння культурою мислення;

- здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями, використовувати знання про сучасну природничу картину світу в освітній та професійній діяльності, застосовувати знання у практичних ситуаціях;

- здатність використовувати основні методи, способи та засоби одержання, зберігання, переробки інформації;

- здатність працювати з комп'ютером як засобом управління інформацією.

1.8 Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні мати наступні фахові компетентності :

- володіння основними положеннями класичних розділів математики, її базовими ідеями та методами;

- здатність здійснювати логічний аналіз математичних об'єктів і процедур та конкретизацію абстрактних математичних знань у процесі вивчення математики;

- володіння культурами математичного мислення, логічною, алгоритмічною та евристичною; розуміння загальної структури математичного знання, взаємозв'язку між різними математичними дисциплінами; здатність користуватися мовою математики, коректно виражати та аргументовано обґрунтовувати наявні знання;

- здатність будувати математичні моделі для вирішення практичних проблем; розуміння критеріїв якості математичного моделювання;

- здатність застосовувати різні сценарії вивчення конкретного математичного матеріалу, накопичувати та систематизувати різні варіанти доказів теорем, розв'язків задач, банків ключових задач тощо;

- володіння основними положеннями історії розвитку математики, еволюції математичних ідей та основними концепціями сучасної математичної науки.

1.9 Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні мати наступні ПРН:

- Знати основні поняття та теореми теорії чисел, лінійної та абстрактної алгебри: лінійні простори та відображення, системи лінійних рівнянь, поліноми, групи. Уміти досліджувати алгебраїчні об'єкти та використовувати їх у теоретичних та практичних задачах. Володіти методами алгебри і теорії чисел.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Арифметика та комплексні числа

Тема 1. Елементи арифметики

1. Подільність цілих чисел, ділення з остачею, найбільший спільний дільник.
2. Прості числа, основна теорема арифметики.
3. Рівняння за модулем n та класи лишків, лінійні рівняння за модулем n , китайська теорема про лишки.
4. Мала теорема Ферма та теорема Ейлера.

Тема 2. Поле комплексних чисел

1. Визначення поля. Приклади полів. Побудова поля комплексних чисел. Аксиоматичний опис поля комплексних чисел.
2. Тригонометрична форма комплексного числа. Формула Муавра. Корені з одиниці та їх властивості.
3. Рівняння третього та четвертого ступенів.

Розділ 2. Многочлени та раціональні функції однієї змінної

Тема 1. Кільце многочленів однієї змінної

1. Визначення кільця. Приклади кільця. Побудова кільця многочленів однієї змінної.
2. Подільність у кільці многочленів. Найбільший спільний дільник. Алгоритм Евкліда.
3. Незвідні многочлени. Розкладання многочлену у добуток незвідних. Корені многочлену та теорема Безу.
4. Кратність кореня многочлена. Похідна та кратні корені. Основна теорема алгебри (без доведення).
5. Інтерполяційний многочлен. Формули Лагранжа та Ньютона.
6. Відділення дійсних коренів дійсних многочленів. Метод Штурма.

Тема 2. Поле раціональних функцій однієї змінної

1. Кільця без дільників нуля. Поле часток кільця без дільників нуля. Поле раціональних функцій однієї змінної.
2. Розкладання раціональної функції в суму найпростіших.

3. Структура навчальної дисципліни

| Назви розділів і тем | Кількість годин | | | | | | | | | | | |
|---|-----------------|--------------|-----------|------|------|-----------|--------------|--------------|----------|------|------|------------|
| | денна форма | | | | | | заочна форма | | | | | |
| | усього | у тому числі | | | | | усього | у тому числі | | | | |
| | | л | п | лаб. | інд. | с. р. | | л | п | лаб. | інд. | с. р. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| Розділ 1. Арифметика та комплексні числа | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Елементи арифметики | 45 | 12* | 12 | | | 21 | | 2 | 2 | | | 40 |
| Тема 2. Поле комплексних чисел | 45 | 12* | 12 | | | 21 | | 2 | 2 | | | 40 |
| Разом за розділом 1 | 90 | 24 | 24 | | | 42 | | 4 | 4 | | | 80 |
| Розділ 2. Многочлени та раціональні функції однієї змінної | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Кільце многочленів однієї змінної | 56 | 14* | 14 | | | 28 | | 3 | 3 | | | 52 |
| Тема 2. Поле раціональних функцій однієї змінної | 34 | 10* | 10 | | | 14 | | 2 | 2 | | | 30 |
| Разом за розділом 2 | 86 | 24 | 20 | | | 42 | | 5 | 5 | | | 82 |
| Контрольні роботи (2) | 4 | | 4 | | | | | | | | | |
| Усього годин | 180 | 48 | 48 | | | 84 | | 9 | 9 | | | 162 |

*) за дистанційною формою, на платформі ZOOM

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

Для денної форми навчання

| № з/п | Назва теми | Кількість годин |
|-------|--|-----------------|
| 1 | Елементи арифметики Ділення з остачею, найбільший спільний дільник, розкладання цілі числа на прості множники, дії з класами лишків, лінійні рівняння за модулем n , китайська теорема про лишки. | 12 |
| 2 | Поле комплексних чисел Дії з комплексними числами. Модуль, аргумент та тригонометрична форма комплексного числа, її застосування. Рівняння третього та четвертого ступенів. | 12 |
| 3 | Кільце многочленів однієї змінної Найбільший спільний дільник. Алгоритм Евкліда. Незвідні многочлени. Розкладання многочлену у добуток незвідних. Корені многочлена та теорема Безу. Кратність кореня многочлена. Похідна та кратні корені. Інтерполяційний многочлен. Формули Лагранжа та Ньютона. Відділення дійсних коренів дійсних многочленів. Метод Штурма. | 14 |
| 4 | Раціональні функції Розкладання раціональної функції в суму найпростіших. | 10 |
| 5 | Контрольні роботи (2) | 4 |
| | Разом | 48 |

Для заочно-дистанційної форми навчання

| № з/п | Назва теми | Кількість годин |
|-------|-----------------------------------|-----------------|
| 1 | Елементи арифметики | 2 |
| 2 | Поле комплексних чисел | 2 |
| 3 | Кільце многочленів однієї змінної | 3 |
| 4 | Раціональні функції | 2 |
| | Разом | 9 |

5. Завдання для самостійної роботи*Для денної форми навчання*

| № з/п | Види, зміст самостійної роботи | Кількість годин |
|-------|---|-----------------|
| 1 | Елементи арифметики (домашнє завдання). | 21 |
| 2 | Поле комплексних чисел (домашнє завдання). | 21 |
| 3 | Кільце многочленів однієї змінної (домашнє завдання). | 24 |
| 4 | Раціональні функції (домашнє завдання). | 12 |
| 5 | Підготовка до контрольних робіт (2). | 6 |
| | Разом | 84 |

Для заочно-дистанційної форми навчання

| № з/п | Види, зміст самостійної роботи | Кількість годин |
|-------|--|-----------------|
| 1 | Елементи арифметики (робота з конспектом). | 40 |
| 2 | Поле комплексних чисел (робота з конспектом). | 40 |
| 3 | Кільце многочленів однієї змінної (робота з конспектом). | 52 |
| 4 | Раціональні функції (робота з конспектом). | 30 |
| | Разом | 162 |

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

8. Методи контролю

– поточний семестровий (перевірка виконання домашніх завдань; контрольних робіт (2));
підсумковий семестровий (екзамен).

9. Схема нарахування балів

| | | | | | | | |
|--|----|----------|----|--|-------|---------|------|
| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання | | | | Контрольні роботи, передбачені навчальним планом | Разом | Екзамен | Сума |
| Розділ 1 | | Розділ 2 | | 20 | 60 | 40 | 100 |
| T1 | T2 | T1 | T2 | | | | |
| 10 | 10 | 10 | 10 | | | | |

Критерії оцінювання навчальних досягнень

| Оцінка | | Пояснення |
|---------|------------------------|---|
| в балах | за національною шкалою | |
| 90–100 | Відмінно | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою. |
| 70–89 | Добре | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками. |
| 50–69 | Задовільно | Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань містять помилки, робота з трьома значними помилками. |
| 1–49 | Незадовільно | Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки. |

Шкала оцінювання

| | | |
|--|-------------------------------------|----------------------------------|
| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка за національною шкалою | |
| | для чотирирівневої шкали оцінювання | для дворівневої шкали оцінювання |
| 90–100 | відмінно | зараховано |

| | | |
|-------|--------------|---------------|
| 70–89 | добре | |
| 50–69 | задовільно | |
| 1–49 | незадовільно | не зараховано |

10. Рекомендована література

Основна література

1. [A. Kurosh](#). Higher Algebra. Mir Publishers, 1972
2. D. K. Faddeev (Author), I. S. Sominskii (Author). Problems in Higher Algebra. W.H. Freeman and Company (January 1, 1965)

Допоміжна література

1. Kenneth Ireland , Michael Rosen. A Classical Introduction to Modern Number Theory [Graduate Texts in Mathematics](#) (GTM, volume 84) S. Leng. Algebra. Graduate Texts in Mathematics (GTM, volume 211), 2002
2. E.V. Vinberg. A Course of algebra. Graduate studies in Mathematics, Volume 56, AMS, Rhode Island, 200
3. [A.I. Kostrikin](#). Introduction to algebra. – Springer New York, 19 May 1982.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

<http://mathworld.wolfram.com/topics/Algebra.html>