

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ



“ 13 ” 08 2024 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Динаміка в математиці

рівень вищої освіти **перший(бакалаврський)**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

Щербина Олексій Сергійович – кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри фундаментальної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики протокол від 26 серпня 2024 року № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика».

Гарант освітньої (професійної)
програми



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Динаміка в математиці” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки «бакалавр» спеціальності **111 - Математика** освітня програма «Математика»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “Динаміка в математиці” є знайомство з основними поняттями теорії динамічних систем та її застосуванням, зокрема .

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни “ Динаміка в математиці ” є оволодіння основними методами які використовуються у сучасній теорії динамічних систем.

1.3 Кількість кредитів - 4

1.4. Загальна кількість годин - 120

| 1.5. Характеристика навчальної дисципліни | |
|---|-------------------------------------|
| За вибором | |
| Денна форма навчання | Заочна (дистанційна) форма навчання |
| Рік підготовки | |
| 2-й | |
| Семестр | |
| 4-й | |
| Лекції | |
| 32 год. | |
| Практичні, семінарські заняття | |
| 32 год. | |
| Лабораторні заняття | |
| | |
| Самостійна робота | |
| 56 год. | |
| у тому числі індивідуальні завдання | |
| | |

1.6. Заплановані результати навчання:

Знати:

- Основні означення теорії динамічних систем.
- Класифікацію нерухомих точок
- Основні властивості ірраціонального повороту кола
- Означення гамільтонової системи
- Поняття хаосу у динамічних системах

Уміти:

- Використовувати теореми о нерухомій точці для розв’язку задач та доведення теорем.
- Визначати тип нерухокої точки для лінійних відображень та лінійних диференціальних рівнянь.
- Використовувати властивості ірраціонального повороту кола для розв’язку задач.
- Визначати присутність у динамічній системі хаотична динаміка.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Динаміка у природі і у математиці.

1. Динаміка у природі і у математиці. Приклади динамічних систем.

Розділ 2. Системи зі стійкою поведінкою.

1. Лінійні відображення та лінеаризація. Лінійні відображення на прямій. Приклади.
2. Стискуючі відображення у евклідовому просторі. Теорема про нерухому точку для функції однієї та багатьох змінних.
3. Достатні умови для того, щоб відображення було стискаючим. Приклади. Теорема про збурення стискуючого відображення.
4. Приклади використання теореми про нерухому точку у математичному аналізі. Теорема про обернену функцію. Теорема про функцію, що задано неявно.
5. Використання теореми про нерухому точку у диференціальних рівняннях. Теорема Пикара. Продовження розв'язків диференціальних рівнянь.
6. Відображення інтервалу. Квадратичні відображення. Асимптотична поведінка.

Розділ 3. Лінійні зображення та лінійні диференціальні рівняння.

1. Лінійні відображення на площині: різні дійсні власні значення, комплексні власні значення. Класифікація нерухомих точок.
2. Лінійні диференціальні рівняння на площині. Класифікація нерухомих точок.

Розділ 4. Рівномірне розподілення на колі.

1. Ірраціональний поворот кола.
2. Приклади використання поворотів кола. Розподілення перших цифр ступенів цілих чисел.

Розділ 5. Консервативні системи.

1. Ньютонові системи класичної механіки.
2. Гамільтонові системи.
3. Гармонічний осцилятор. Сферичний маятник.

Розділ 6. Хаос у динамічних системах.

1. Використовування кодування у динамічних системах. Зсув Бернуллі. Приклади.
2. Підкова Смейла.

3. Структура навчальної дисципліни

| Назви розділів і тем | Кількість годин | | | | | | | | | | | |
|--|-----------------|--------------|-----|-----|----|---|--------------|--------------|---------|-----|----|----|
| | Денна форма | | | | | | Заочна форма | | | | | |
| | Усь ого | у тому числі | | | | | Усь го | у тому числі | | | | |
| л | | п | лаб | інд | ср | л | | п | ла б | інд | ср | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| Розділ 1. Динаміка у природі і у математиці. | | | | | | | | | | | | |
| Динаміка у природі і у математиці. Приклади динамічних систем. | 4 | 2 | 2 | | | 4 | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | |
| <i>Разом за розділом 1</i> | 4 | 2 | 2 | | | 4 | | | | | | |
| Розділ 2. Системи зі стійкою поведінкою. | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | |
|--|----|----|----|--|--|----|--|--|--|--|--|--|
| Лінійні відображення та лінеаризація. Лінійні відображення на прямій. Приклади. | 8 | 2 | 2 | | | 4 | | | | | | |
| Стискуючі відображення у евклідовому просторі. Теорема про нерухому точку для функції однієї та багатьох змінних. | 8 | 2 | 2 | | | 4 | | | | | | |
| Достатні умови для того, щоб відображення було стискаючим. Приклади. Теорема про збурення стискуючого відображення. | 7 | 2 | 2 | | | 3 | | | | | | |
| Приклади використання теореми про нерухому точку у математичному аналізі. Теорема про обернену функцію. Теорема про функцію, що задано неявно. | 8 | 2 | 2 | | | 4 | | | | | | |
| Використання теореми про нерухому точку у диференціальних рівняннях. Теорема Пикара. Продовження розв'язків диференціальних рівнянь. | 7 | 2 | 2 | | | 3 | | | | | | |
| Відображення інтервалу. Квадратичні відображення. Асимптотична поведінка. | 8 | 2 | 2 | | | 4 | | | | | | |
| <i>Разом за розділом 2</i> | 46 | 12 | 12 | | | 22 | | | | | | |
| Розділ 3. Лінійні зображення та лінійні диференціальні рівняння. | | | | | | | | | | | | |
| Лінійні відображення на площині: різні дійсні власні значення, комплексні власні значення. Класифікація нерухомих точок. | 7 | 2 | 2 | | | 3 | | | | | | |
| Лінійні диференціальні рівняння на площині. Класифікація нерухомих точок. | 8 | 2 | 2 | | | 4 | | | | | | |
| <i>Разом за розділом 3</i> | 15 | 4 | 4 | | | 7 | | | | | | |
| Розділ 4. Рівномірне розподілення на колі. | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | |
|---|------------|-----------|-----------|--|--|-----------|--|--|--|--|--|--|
| Ірраціональний поворот кола. | 8 | 2 | 2 | | | 4 | | | | | | |
| Приклади використання поворотів кола. Розподілення перших цифр ступенів цілих чисел. | 7 | 2 | 2 | | | 3 | | | | | | |
| <i>Разом за розділом 4</i> | 15 | 4 | 4 | | | 7 | | | | | | |
| Розділ 5. Консервативні системи. | | | | | | | | | | | | |
| Ньютонові системи класичної механіки. | 8 | 2 | 2 | | | 4 | | | | | | |
| Гамільтонові системи. | 7 | 2 | 2 | | | 3 | | | | | | |
| Гармонічний осцилятор. Сферичний маятник. | 7 | 2 | 2 | | | 3 | | | | | | |
| <i>Разом за розділом 5</i> | 22 | 6 | 6 | | | 10 | | | | | | |
| Розділ 6. Хаос у динамічних системах. | | | | | | | | | | | | |
| Використовування кодування у динамічних системах. Зсув Бернуллі. Приклади. | 7 | 2 | 2 | | | 3 | | | | | | |
| Підкова Смейла. | 5 | 2 | | | | 3 | | | | | | |
| <i>Разом за розділом 6</i> | 12 | 4 | 2 | | | 6 | | | | | | |
| <i>Контрольна робота</i> | 2 | | 2 | | | | | | | | | |
| Усього годин | 120 | 32 | 32 | | | 56 | | | | | | |

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

| № з/п | Назва теми | Кількість годин |
|-------|--|-----------------|
| 1 | Динаміка у природі і у математиці. Приклади динамічних систем. | 2 |
| 2 | Лінійні відображення та лінеаризація. Лінійні відображення на прямій. Приклади. | 2 |
| 3 | Стискуючі відображення у евклідовому просторі. Теорема про нерухому точку для функції однієї та багатьох змінних. | 2 |
| 4 | Достатні умови для того, щоб відображення було стискаючим. Приклади. Теорема про збурення стискуючого відображення. | 2 |
| 5 | Приклади використання теореми про нерухому точку у математичному аналізі. Теорема про обернену функцію. Теорема про функцію, що задано неявно. | 2 |
| 6 | Використання теореми про нерухому точку у диференціальних рівняннях. Теорема Пикара. Продовження розв'язків диференціальних рівнянь. | 2 |
| 7 | Відображення інтервалу. Квадратичні відображення. Асимптотична поведінка. | 2 |

| | | |
|----|--|-----------|
| 8 | Лінійні відображення на площині: різні дійсні власні значення, комплексні власні значення. Класифікація нерухомих точок. | 2 |
| 9 | Лінійні диференційні рівняння на площині. Класифікація нерухомих точок. | 2 |
| 10 | Ірраціональний поворот кола. | 2 |
| 11 | Приклади використання поворотів кола. Розподілення перших цифр ступенів цілих чисел. | 2 |
| 12 | Ньютонові системи класичної механіки. | 2 |
| 13 | Гамільтонові системи. | 2 |
| 14 | Гармонічний осцилятор. Сферичний маятник. | 2 |
| 15 | Використовування кодування у динамічних системах. Зсув Бернуллі. | 2 |
| 16 | Контрольна робота | 2 |
| | Разом | 32 |

5. Завдання для самостійної роботи

| № з/п | Види, зміст самостійної роботи | Кількість годин |
|-------|--|-----------------|
| | Опрацювання матеріалу за відповідними темами з використанням конспекту: | |
| 1 | Динаміка у природі і у математиці. Приклади динамічних систем. | 4 |
| 2 | Лінійні відображення та лінеаризація. Лінійні відображення на прямій. Приклади. | 4 |
| 3 | Стискаючі відображення у евклідовому просторі. Теорема про нерухому точку для функції однієї та багатьох змінних. | 4 |
| 4 | Достатні умови для того, щоб відображення було стискаючим. Приклади. Теорема про збурення стискаючого відображення. | 3 |
| 5 | Приклади використання теореми про нерухому точку у математичному аналізі. Теорема про обернену функцію. Теорема про функцію, що задано неявно. | 4 |
| 6 | Використання теореми про нерухому точку у диференційних рівняннях. Теорема Пикара. Продовження розв'язків диференційних рівнянь. | 3 |
| 7 | Відображення інтервалу. Квадратичні відображення. Асимптотична поведінка. | 4 |
| 8 | Лінійні відображення на площині: різні дійсні власні значення, комплексні власні значення. Класифікація нерухомих точок. | 3 |
| 9 | Лінійні диференційні рівняння на площині. Класифікація нерухомих точок. | 4 |
| 10 | Ірраціональний поворот кола. | 4 |
| 11 | Приклади використання поворотів кола. Розподілення перших цифр ступенів цілих чисел. | 3 |
| 12 | Ньютонові системи класичної механіки. | 4 |
| 13 | Гамільтонові системи. | 3 |
| 14 | Гармонічний осцилятор. Сферичний маятник. | 3 |
| 15 | Використовування кодування у динамічних системах. Зсув Бернуллі. | 3 |
| 16 | Підкова Смейла. | 3 |
| | Разом | 56 |

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна)

8. Методи контролю

- облік відвідування аудиторних занять; контрольна робота (1).
- опитування; залік.

9. Схема нарахування балів

| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання | | | | | | Контрольна робота, передбачена навчальним планом | Разом | Залік | Сума |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|--|-------|-------|------|
| Розд.1 | Розд.2 | Розд.3 | Розд.4 | Розд.5 | Розд.6 | | | | |
| 5 | 10 | 5 | 5 | 5 | 10 | 20 | 60 | 40 | 100 |

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

| Оцінка в балах | Оцінка за національною шкалою | |
|----------------|-------------------------------|---|
| Оцінка | Пояснення | |
| 90 – 100 | Відмінно | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою. |
| 70 – 89 | Добре | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками. |
| 50 – 69 | Задовільно | Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками. |
| 1–49 | Незадовільно | Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі |

| | | |
|--|--|--|
| | | помилки, додаткову самостійну роботу над матеріалом курсу не приведено до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки |
|--|--|--|

Шкала оцінювання

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка за національною шкалою |
|--|----------------------------------|
| | для дворівневої шкали оцінювання |
| 90 – 100 | зараховано |
| 70-89 | |
| 50-69 | |
| 1-49 | не зараховано |

10. Рекомендована література

Основна література

1. Katok A. , Hasselblatt B. Introduction to the theory of Dynamical Systems/ Cambridge University Press, 1995.

Допоміжна література

1. Kathleen T. Alligood, Tim D. Sauer, James A. Yorke. CHAOS: An Introduction to Dynamical Systems. — Springer-Verlag, New York, 1996. — 612 с.