Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра **фундаментальної математики**

“**ЗАТВЕРДЖУЮ**”

Проректор з науково- педагогічної роботи

Пантелеймонов А.В.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

“\_\_\_\_”\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2018 р.

# Робоча програма навчальної дисципліни

**Варіаційні методи математичної фізики**

спеціальність (напрям) **111 – Математика**

спеціалізація \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(шифр, назва спеціалізації)

факультет **математики і інформатики**

2018 / 2019 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2018 року, протокол № 7

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Фастовська Тамара Борисівна, к. ф.-м. н., доцент кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики

Протокол від 27 серпня 2018 року № 1.

Завідувач кафедри Ямпольський О.Л.

Програму погоджено методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол від 27 серпня 2018 року № 1.

Голова методичної комісії Анощенко О.О.

**Вступ**

Програма навчальної дисципліни **“ Варіаційні методи математичної фізики”** складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки **магістр**

спеціальності (напряму) **111 - математика**

спеціалізації \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. **Опис навчальної дисципліни**

1.1. Мета курсу полягає у навчанні майбутніх спеціалістів основам варіаційних методів математичної фізики та її застосуванням.

1.2. Завдання курсу полягає у навчанні студентів основних варіаційних методів та застосуванню до дослідження існування та єдиності розв’язків основних задач математичної фізики та знаходженню наближених розв’язків.

1.3. Кількість кредитів – **5**

1.4. Загальна кількість годин – **150**

|  |  |
| --- | --- |
| 1.5. Характеристика навчальної дисципліни | |
| **Нормативна** **/** за вибором | |
| Денна форма навчання | Заочна (дистанційна) форма навчання |
| Рік підготовки | |
| **2-й** |  |
| Семестр | |
| **4-й** |  |
| Лекції | |
| **26 год.** |  |
| Практичні, семінарські заняття | |
| **26 год.** |  |
| Лабораторні заняття | |
|  |  |
| Самостійна робота | |
| **98 год.** |  |
| Індивідуальні завдання | |
|  | |

1.6. Заплановані результати навчання:

**знати:**

* основні варіаційні методи для знаходження наближених розв’язків рівнянь математичної фізики;
* варіаційні методи, що застосовуються для теоретичного вивчення проблеми їснування розв’язків рівнянь математичної фізики;

**уміти:**

* використовувати сучасні варіаційні методи для вивчення проблеми їснування розв’язків рівнянь у часткових похідних, що винікають у сучасному приородознавстві;
* знаходити енергетичні простори, координатні системи та наближені розв’язкі рівнянь математичної фізики.

1. **Тематичний план навчальної дисципліни**

*Розділ 1. Прямі варіаційні методи.*

*Тема 1. Енергетичний простір додатно визначеного оператора у гільбертовому просторі.*

Схема побудови енергетичного простору та властивості.

*Тема 2.* *Метод Рітца.*

Означення узагальненого розв’язку. Координатна система. Система Рітца. Збіжність метода Рітца. Вибір координатної системи. Приклади.

*Тема 3. Метод найменьших квадратів.*

Координатна система. Система методу найменьших квадратів. Збіжність метода найменьших квадратів.

*Тема 4.* *Метод Гальоркіна.*

Метод Гальоркіна. Достатня ознака збіжності. Метод Гальоркіна для нестаціонарних задач.

*Розділ 2.**Еліптичні оператори порядку 2к.*

*Тема 1.*  *Еліптичні оператори порядку 2k та еліптичні задачі*.

Означення. Слабкі розв’язкі еліптичних рівнянь. Стійкі та нестійкі граничні умови.

Існування слабких розв’язків.Теорема Лакса-Мільграма.

*Тема 2.**Метод Рітца*.

Метод Рітца для знаходження наближеного слабкого розв’язку еліптичних задач у випадку однорідних граничних умов. Метод Рітца для знаходження наближеного слабкого розв’язку еліптичних задач у випадку неоднорідних граничних умов.

*Тема 3. Метод найменьших квадратів для еліптичних операторів порядку 2k.*

*Тема 4. Задача Неймана для еліптичних операторів порядку 2k.* Приклади.

*Розділ 3.* *Оцінки власних значень операторів.*

*Тема 1. Метод Рітца для оцінок власних значень зверху.*

*Тема 2. Метод функції Гріна. Метод Темпля.*

*Розділ 4.*  *Сіткові методи.*

*Тема 1. Апроксимація в одномірному випадку.*

Апроксимація кусково постійними функціями в одномірному випадку. Апроксимация кусково лінійними функціями в одномірному випадку (функції-кришки).

*Тема 2. Апроксимація в двомірному випадку.*

Кусково лінійна апроксимація на прямокутнику. Кусково лінійна апроксимація на багатокутнику.

*Тема 3. Кусково квадратична апроксимація на трикутній сітці.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | денна форма | | | | | | | заочна форма | | | | | |
| усього | у тому числі | | | | | | усього | у тому числі | | | | | |
| л | п | лаб. | інд. | | с. р. | л | п | лаб. | інд. | с. р. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| **Розділ 1.** Прямі варіаційні методи. | | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1.*Енергетичний простір додатно визначеного оператора у гільбертовому просторі.*  Схема побудови енергетичного простору та властивості. | 12 | 2 | 2 |  | |  | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2.*Метод Рітца.*  Означення узагальненого розв’язку. Координатна система. Система Рітца. Збіжність метода Рітца. Вибір координатної системи. Приклади. | 12 | 2 | 2 |  | |  | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 3. *Метод найменьших квадратів.*  Координатна система. Система методу найменьших квадратів. Збіжність метода найменьших квадратів. | 12 | 2 | 2 |  | |  | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 4. *Метод Гальоркіна.*  Метод Гальоркіна. Достатня ознака збіжності. Метод Гальоркіна для нестаціонарних задач. | 12 | 2 | 2 |  | |  | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Разом за розділом1 | 48 | 8 | 8 |  | |  | 32 |  |  |  |  |  |  |
| **Розділ 2.**Еліптичні оператори порядку 2к. | | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. *Еліптичні оператори порядку 2k та еліптичні задачі*.  Означення. Слабкі розв’язкі еліптичних рівнянь. Стійкі та нестійкі граничні умови.  Існування слабких розв’язків.Теорема Лакса-Мільграма. | 11 | 2 | 2 |  |  | | 7 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2. *Метод Рітца*.  Метод Рітца для знаходження наближеного слабкого розв’язку еліптичних задач у випадку однорідних граничних умов. Метод Рітца для знаходження наближеного слабкого розв’язку еліптичних задач у випадку неоднорідних граничних умов. | 11 | 2 | 2 |  |  | | 7 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 3.*Метод найменьших квадратів для еліптичних операторів порядку 2k.* | 11 | 2 | 2 |  |  | | 7 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 4.*Задача Неймана для еліптичних операторів порядку 2k.* Приклади | 11 | 2 | 2 |  |  | | 7 |  |  |  |  |  |  |
| Разом за розділом2 | 44 | 8 | 8 |  |  | | 28 |  |  |  |  |  |  |
| **Розділ 3.** Оцінки власних значень операторів. | | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. *Метод Рітца для оцінок власних значень зверху.* | 11 | 2 | 2 |  |  | | 7 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2. *Метод функції Гріна. Метод Темпля.* | 11 | 2 | 2 |  |  | | 7 |  |  |  |  |  |  |
| Разом за розділом3 | 22 | 4 | 4 |  |  | | 14 |  |  |  |  |  |  |
| **Розділ 4.**Сіткові методи. | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. *Апроксимація в одномірному випадку.*  Апроксимація кусково постійними функціями в одномірному випадку. Апроксимация кусково лінійними функціями в одномірному випадку (функції-кришки). | 11 | 2 | 2 |  |  | | 7 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2. *Апроксимація в двомірному випадку.*  Кусково лінійна апроксимація на прямокутнику. Кусково лінійна апроксимація на багатокутнику. | 11 | 2 | 2 |  |  | | 7 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 3.*Кусково квадратична апроксимація на трикутній сітці.* | 14 | 2 | 2 |  |  | | 10 |  |  |  |  |  |  |
| Разом за розділом4 | 36 | 6 | 6 |  |  | | 24 |  |  |  |  |  |  |
| Усього годин | **150** | **26** | **26** |  |  | | **98** |  |  |  |  |  |  |

**4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | Енергетичний простір додатно визначеного оператора у гільбертовому просторі. | 2 |
| 2 | Метод Рітца. | 2 |
| 3 | Метод найменьших квадратів. | 2 |
| 4 | Метод Гальоркіна. | 2 |
| 5 | Слабкі розв’язкі еліптичних рівнянь. | 2 |
| 6 | Метод Рітца для знаходження наближеного слабкого розв’язку еліптичних задач у випадку неоднорідних граничних умов. | 2 |
| 7 | Метод найменьших квадратів для еліптичних операторів порядку 2k. | 2 |
| 8 | Задача Неймана для еліптичних операторів порядку 2k. | 2 |
| 9 | Метод Рітца для оцінок власних значень зверху. | 2 |
| 10 | Метод функції Гріна. Метод Темпля. | 2 |
| 11 | Апроксимація в одномірному випадку. | 2 |
| 12 | Апроксимація в двомірному випадку. | 2 |
| 13 | Кусково квадратична апроксимація на трикутній сітці. | 2 |
| **Разом** |  | **26** |

**5. Завдання для самостійної роботи**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №  з/п | Назва теми | Кількість  годин |
| 1 | Енергетичний простір додатно визначеного оператора у гільбертовому просторі. Схема побудови енергетичного простору та властивості. | 8 |
| 2 | Метод Рітца. Означення узагальненого розв’язку. Координатна система. Система Рітца. Збіжність метода Рітца. Вибір координатної системи. Приклади. | 8 |
| 3 | Метод найменьших квадратів.Координатна система. Система методу найменьших квадратів. Збіжність метода найменьших квадратів. | 8 |
| 4 | Метод Гальоркіна. Достатня ознака збіжності. Метод Гальоркіна для нестаціонарних задач. | 8 |
| 5 | Еліптичні оператори порядку 2k та еліптичні задачі.  Слабкі розв’язкі еліптичних рівнянь. Стійкі та нестійкі граничні умови.Існування слабких розв’язків.Теорема Лакса-Мільграма. | 7 |
| 6 | Метод Рітца для знаходження наближеного слабкого розв’язку еліптичних задач у випадку однорідних граничних умов. Метод Рітца для знаходження наближеного слабкого розв’язку еліптичних задач у випадку неоднорідних граничних умов. | 7 |
| 7 | Метод найменьших квадратів для еліптичних операторів порядку 2k. | 7 |
| 8 | Задача Неймана для еліптичних операторів порядку 2k. | 7 |
| 9 | Метод Рітца для оцінок власних значень зверху. | 7 |
| 10 | Метод функції Гріна. Метод Темпля. | 7 |
| 11 | Апроксимація в одномірному випадку. Апроксимація кусково постійними функціями в одномірному випадку. Апроксимация кусково лінійними функціями в одномірному випадку (функції-кришки). | 7 |
| 12 | Апроксимація в двомірному випадку.  Кусково лінійна апроксимація на прямокутнику. Кусково лінійна апроксимація на багатокутнику. | 7 |
| 13 | Кусково квадратична апроксимація на трикутній сітці. | 6 |
| 14 | Підготовка до іспиту | 4 |
|  | Разом | **98** |

**6. Індивідуальні завдання**

1. *Не передбачені планом*

**7. Методи контролю**

–іспит.

**8. Схема нарахування балів**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання | | | | | | | | | | | | | | | Сума |
| Розділ 1 | | | | Розділ 2 | | | | Розділ 3 | | Розділ 4 | | | Контрольна робота, передбачена навчальним планом | Залік\іспит |  |
| Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | Т1 | Т2 | Т1 | Т2 | Т3 |  | 60 | 100 |
|  |  |  | 10 |  |  |  | 10 |  | 10 |  |  | 10 |

**Шкала оцінювання**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка | |
| для екзамену | Для заліку |
| 90 – 100 | відмінно | зараховано |
| 70-89 | добре |
| 50-69 | задовільно |
| 1-49 | незадовільно | не зараховано |

**Критерії оцінювання**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оцінка в балах | Оцінка за національною шкалою | |
| Оцінка | Пояснення | |
| 90 – 100 | Відмінно | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою. |
| 70 – 89 | Добре | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками. |
| 50 –69 | Задовільно | Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками. |
| 1–49 | Незадовільно | Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки |

**9. Рекомендована література**

**Базова**

1. Гавурин М.К. Лекции по методам вычислений, М.:Наука, 1971.
2. Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы, М.:Наука, 1981.
3. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике, М.:Наука, 1970.
4. Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике, М.: Мир, 1985.

**Допоміжна**

1. Владимиров В. С. , Уравнения математической физики : Учебник для вузов : 5-е изд.,доп.. - М. : Наука, 1988 .
2. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных, М.: Наука, 1983.

**10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення**

1. www-library.univer.kharkov.ua
2. <http://library.kpi.kharkov.ua>