

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В.о. декана факультету математики
і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ



Сергій 2025 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Динамічні системи

рівень вищої освіти **перший(бакалаврський)**

галузь знань **11 – Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика,**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2025/2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

26 серпня 2025 року, протокол № 10

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Щербина Олексій Сергійович, канд. фіз-мат. наук, старший викладач кафедри фундаментальної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики від 26 серпня 2025 року, протокол № 1.

В. о. завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)



Сергій ГЕФТЕР

програми

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики від 26 серпня 2025 року, протокол № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Динамічні системи**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр спеціальності 111 – Математика**, освітня програма «**Математика**»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета курсу полягає у навчанні майбутніх спеціалістів основам теорії динамічних систем.

1.2. Завдання курсу полягає у набутті навичок застосування теорії динамічних систем до диференціальних рівнянь.

1.3. Кількість кредитів – **4**

1.4. Загальна кількість годин – **120**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
5-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна:

ПК-01 Здатність розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК-01 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК-03 Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК-07 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

ФК-01 Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

ФК-02 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.

ФК-03 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних

викладок.

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна:

РН06. Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів.

РН09. Уміти працювати зі спеціальною літературою іноземною мовою.

РН10. Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.

РН16. Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Динаміка у природі і у математиці. Основні поняття теорії динамічних систем.

Тема 1. Поняття динамічної системи.

Неперервні та дискретні динамічні системи. Приклади динамічних систем, які виникають у природничих науках: експоненційна і логістична моделі, модель Лотка-Вольтерра.

Розділ 2. Системи зі стійкою поведінкою.

Тема 2. Стискаючі відображення у евклідовому просторі.

Теорема про нерухому точку для функції однієї та багатьох змінних. Достатні умови для того, щоб відображення було стискаючим. Приклади стискаючих відображень.

Тема 3. Використання теореми про нерухому точку.

Використання теореми про нерухому точку для доведення існування оберненої функції, існування функції, яку задано неявно. Використання теореми про нерухому точку у диференціальних рівняннях. Теорема Пікара.

Тема 4. Класифікація нерухомих точок.

Класифікація нерухомих точок динамічних систем. Дослідження типу нерухомих точок. Цикли. Існування хаотичної поведінки на прикладі квадратичного відображення.

Розділ 3. Відображення кола.

Тема 5. Раціональні та ірраціональні повороти кола.

Раціональні та ірраціональні повороти кола. Асимптотична частота потрапляння піворбіти у проміжок. Приклади використання.

Тема 6. Гомеоморфізми кола.

Гомеоморфізми кола. Підняття і степінь гомеоморфізма кола. Число обертання гомеоморфізма. Зв'язок існування періодичних орбіт та раціональності числа обертання. Теореми Пуанкаре.

Розділ 4. Консервативні динамічні системи.

Тема 7. Збереження фазового об'єму.

Критерій збереження фазового об'єму. Приклади динамічних систем, що зберігають фазовий об'єм. Закони збереження.

Тема 8. Ньютонові системи.

Математичний і фізичний маятники. Гармонічний осцилятор. Рух точки у центральному полі тяжіння.

Тема 9. Математичний більярд.

Приклади задач, які зводяться до математичного більярду. Рух двох пружних матеріальних точок на відрізку. Математичний більярд у колі та еліпсі. Каустики.

Розділ 5. Дисипативні динамічні системи.

Тема 10. Інваріантні множини.

Поняття інваріантної множини. ω -гранична множина, її інваріантність та опис. Приклади.

Тема 11. Дисипативні динамічні системи.

Поняття поглинаючої множини. Достатня умова дисипативності. Функція Ляпунова. Приклади дисипативних динамічних систем.

Тема 12. Глобальний атрактор.

Поняття глобального атрактора. Поняття асимптотично компактної динамічної системи. Достатня умова існування глобального атрактора. Приклади.

3. Структура навчальної дисципліни

	денна форма						заочна форма					
	усьо го	у тому числі					усьо го	у тому числі				
		л	п	ла б.	інд	с. р.		л	п	ла б.	інд	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Динаміка у природі і у математиці. Основні поняття теорії динамічних систем.												
Тема 1. Поняття динамічної системи. Неперервні та дискретні динамічні системи. Приклади динамічних систем, які виникають у природничих науках: експоненційна і логістична моделі, модель Лотка-Вольтерра.	8	2*	2*			4						
Разом за розділом 1	8	2*	2*			4						
Розділ 2. Системи зі стійкою поведінкою.												
Тема 2. Стискаючі відображення у евклідовому просторі. Теорема про нерухому точку для функції однієї та багатьох змінних. Достатні умови для того, щоб відображення було стискаючим. Приклади стискаючих відображень.	8	2*	2*			4						
Тема 3. Використання теореми про нерухому точку.	10	4*	2*			4						

Використання теореми про нерухому точку для доведення існування оберненої функції, існування функції, яку задано неявно. Використання теореми про нерухому точку у диференціальних рівняннях. Теорема Пікара.												
<i>Тема 4. Класифікація нерухомих точок.</i> Класифікація нерухомих точок динамічних систем. Дослідження типу нерухомих точок. Цикли. Існування хаотичної поведінки на прикладі квадратичного відображення.	10	2*	4*			4						
<i>Разом за розділом 2</i>	28	8*	8*			12						
Розділ 3. Відображення кола.												
<i>Тема 5. Раціональні та ірраціональні повороти кола.</i> Раціональні та ірраціональні повороти кола. Асимптотична частота потрапляння піворбіти у проміжок. Приклади використання.	8	2*	2*			4						
<i>Тема 6. Гомеоморфізми кола.</i> Гомеоморфізми кола. Підняття і степінь гомеоморфізма кола. Число обертання гомеоморфізма. Зв'язок існування періодичних орбіт та раціональності числа обертання. Теорема Пуанкаре.	12	4*	2*			6						
<i>Разом за розділом 3</i>	20	6*	4*			10						
Розділ 4. Консервативні динамічні системи.												
<i>Тема 7. Збереження фазового об'єму.</i> Критерій збереження фазового об'єму. Приклади динамічних систем, що зберігають фазовий об'єм. Закони збереження.	8	2*	2*			4						
<i>Тема 8. Ньютонові системи.</i> Математичний і фізичний маятники. Гармонічний осцилятор. Рух точки у центральному полі тяжіння.	8	2*	2*			4						
<i>Тема 9. Математичний більярд.</i> Приклади задач, які зводяться до математичного більярду. Рух двох пружних матеріальних точок на відрізку.	8	2*	2*			4						

Математичний більярд у колі та еліпсі. Каустики.												
Разом за розділом 4	24	6*	6*			12						
Розділ 5. Дисипативні динамічні системи.												
Тема 10. Інваріантні множини. Поняття інваріантної множини. ω -гранична множина, її інваріантність та опис. Приклади.	8	2*	2*			4						
Тема 11. Дисипативні динамічні системи. Поняття поглинаючої множини. Достатня умова дисипативності. Функція Ляпунова. Приклади дисипативних динамічних систем.	15	4*	4*			7						
Тема 12. Глобальний аттрактор. Поняття глобального аттрактора. Поняття асимптотично компактної динамічної системи. Достатня умова існування глобального аттрактора. Приклади.	17	4*	6*			7						
Разом за розділом 5	40	10*	12*			18						
Усього годин	120	32*	32*			56						

)* Викладаються дистанційно, на платформі ZOOM

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Поняття динамічної системи.	2
2	Стискаючі відображення у евклідовому просторі.	2
3	Використання теореми про нерухому точку.	2
4	Класифікація нерухомих точок.	4
5	Раціональні та ірраціональні повороти кола.	2
6	Гомеоморфізми кола.	2
7	Збереження фазового об'єму.	2
8	Ньютонові системи.	2
9	Математичний більярд.	2
10	Інваріантні множини.	2
11	Дисипативні динамічні системи.	4
12	Глобальний аттрактор./ Контрольна робота	6
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
-------	--------------------------------	-----------------

	Опрацювання матеріалу за відповідними темами:	
1	Поняття динамічної системи.	4
2	Стискаючі відображення у евклідовому просторі.	4
3	Використання теореми про нерухому точку.	4
4	Класифікація нерухомих точок.	4
5	Раціональні та ірраціональні повороти кола.	4
6	Гомеоморфізми кола.	6
7	Збереження фазового об'єму.	4
8	Ньютонові системи.	4
9	Математичний більярд.	4
10	Інваріантні множини.	4
11	Дисипативні динамічні системи.	7
12	Глобальний атрактор.	7
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені планом

7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна)

8. Методи контролю

- контрольна робота.
- залік (за вибором студента).

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання															
P 1	P2			P3		P4			P5			Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом	Залік	Сума
T 1	T 2	T 3	T 4	T 5	T 6	T 7	T 8	T 9	T 10	T 11	T 12	20	60	40	100
3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	5	4				

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою
Оцінка	Пояснення

90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	зараховано
70-89	
50-69	
1-49	не зараховано

10. Рекомендована література

Основна література

1. Chueshov I., Dynamics of quasi-stable dissipative systems, New York, Heidelberg, Berlin etc. : Springer, 2015.

Допоміжна література

1. Katok A., Hasselblat B., Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems, Cambridge University Press 2012.
2. Kathleen T. Alligood, Tim D. Sauer, James A. Yorke. CHAOS: An Introduction to Dynamical Systems. — Springer-Verlag, New York, 1996. — 612 с.
3. Robinson J.C., Cambridge Texts in Applied Mathematics: Infinite-Dimensional Dynamical Systems: An Introduction to Dissipative Parabolic PDEs and the Theory of Global Attractors, Cambridge University Press, 2001.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. www-library.univer.kharkov.ua