Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра **фундаментальної математики**

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-педагогічної роботи

Олександр ГОЛОВКО

____

“______”_____________ 2022 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Математичний аналіз

рівень вищої освіти **бакалавр**

галузь знань **12 – інформаційні технології**

спеціальність **122 - Комп’ютерні науки**

освітня програма **«Теоретична і прикладна інформатика»**

вид дисципліни **обов’язкова**

факультет **математики і інформатики**

2022 / 2023 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

29 серпня 2022 року, протокол № 7

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

Сергій ГЕФТЕР, доцент кафедри фундаментальної математики
кандидат фізико-математичних наук, доцент

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
Протокол № 1 від 26 серпня 2022 року.

Завідувач кафедри Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Теоретична і прикладна інформатика»

Гарант освітньої (професійної)
програми Ірина ЗАРЕЦЬКА

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики.
протокол № 1 від 29 серпня 2022 року.

Голова науково-методичної комісії Ольга АНОЩЕНКО

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни **«Математичний аналіз»** складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **« бакалавр»**
спеціальності **122 – Комп'ютерні науки**
освітня програма **«Теоретична і прикладна інформатика»**

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є надання майбутнім спеціалістам знань у галузі сучасного математичного аналізу.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам математичного аналізу та застосуванню цих методів для розв'язання різноманітних задач теоретичного та практичного характеру.
ЗК01 – Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
ЗК03 – Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.
ФК01 – Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтовування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування.
ФК03 – Здатність до логічного мислення, побудови логічних висновків, використання формальних мов і моделей алгоритмічних обчислень, проектування, розроблення й аналізу алгоритмів, оцінювання їх ефективності та складності, розв'язності та нерозв'язності алгоритмічних проблем для адекватного моделювання предметних областей і створення програмних та інформаційних систем.
ФК04 – Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв'язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв'язування професійних задач.

1.3. Кількість кредитів **– 8**

1.4. Загальна кількість годин – **240**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
нормативна	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	**2-й**
Семестр	
3, 4-й	**3, 4-й**
Лекції	
64 год.	**12 год.**
Практичні заняття	

64 год.	18 год.
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
112 год.	270 год.
Індивідуальні завдання	
Розрахунково-графічна робота (2)	24 год.

1.6.Програма вивчення обов'язкової навчальної дисципліни «Математичний аналіз» передбачає засвоєння основних математичних понять та вироблення навичок їх застосування для розв'язання практичних задач.

Програмні результати навчання за ОПП:

ПРН01 – Застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук.

ПРН02 – Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.

2. **Тематичний план навчальної дисципліни**

Розділ 1. Границя та неперервність числової функції однієї змінної

Тема 1. Границя числової послідовності

1.Окіл точки на прямій. Означення числової послідовності. Означення границі числової послідовності (випадок скінченної границі). Приклади.

2. Основні теореми про границі числових послідовностей: єдиність границі; границя модулів елементів збіжної послідовності; обмеженість збіжної послідовності; граничний перехід в нерівностях; теорема про три послідовності.

3..Нескінченно малі послідовності та їх властивості.

4.Арифметичні дії над збіжними послідовностями.

5. Нескінченно великі послідовності та їх зв'язок з нескінченно малими послідовностями.

6. Невласні елементи числової прямої $-\infty$, $+\infty$, ∞ та їх околи. Загальне означення границі числової послідовності.

7. Принцип Кантора стяжних відрізків.

8. Точні верхня та нижня межі числової множини. Критерій точної верхньої (нижньої) межі. Теорема про існування точної верхньої (нижньої) межі.

9. Монотонні послідовності. Теорема Вейєрштрасса.

10. Число е.
11. Означення підпослідовності. Розширена числова пряма . Означення часткової границі послідовності на розширеній числовій прямій.
12. Лема Больцано- Вейєрштрасса. Непорожність множини часткових границь послідовності.
13. Означення фундаментальної числової послідовності. Критерій Коші збіжності послідовності.

Тема 2. Границя числової функції однієї змінної

1. Означення граничної точки множини. Критерій граничної точки множини.
2. Загальні міркування відносно означення границі функції.
3. Означення границі функції в точці по Коші і по Гейне і їх еквівалентність.
4. Односторонні границі. Зв'язок з існуванням границі функції в точці.
5. Основні теореми про границі функції (дивись пункт " Основні теореми про границі числових послідовностей ").
6. Нескінченно малі функції та їх властивості.
7. Нескінченно великі функції та їх зв'язок з нескінченно малими функціями.
8. Арифметичні дії над функціями, які мають скінченну границю.
9. Границя складної функції.
10. Перша чудова границя.
11. Друга чудова границя.
12. Еквівалентні функції. Критерій еквівалентності. Теорема про заміну функцій на еквівалентні при обчислюванні границь.
13. Символ Ландау O та його властивості.
14. Символ Ландау o та його властивості.
15. Поняття шкали функцій. Виділення головної частини в шкалі функцій. Приклади. Єдиність головної частини.

Тема 3. Неперервність функції однієї змінної

1. Різні означення неперервності функції в точці: за Кантором, за Коші (на мові $\varepsilon - \delta$ і на мові околів), за Гейне, геометричний зміст неперервності, означення неперервності на мові приростів аргументу та функції.
2. Означення неперервності функції на множині. Одностороння неперервність. Означення точки розриву функції.
3. Арифметичні дії над неперервними функціями.
4. Неперервність складної функції.
5. Перша та друга теореми Больцано-Коші.
6. Точки розриву монотонної функції.
7. Теорема про існування та неперервність оберненої функції.
8. Неперервність елементарних функцій.
9. Найважливіші границі аналізу.
10. Класифікація точок розриву неперервної функції.
11. Перша та друга теореми Вейєрштрасса.
12. Теорема про збереження знаку неперервною функцією.

Розділ 2. Диференціальне числення функцій однієї змінної

Тема 1. Похідні та диференціали функцій однієї змінної

1. Означення похідної. Фізичний зміст похідної. Зв'язок з неперервністю. Однобічна похідна.
2. Геометричний зміст похідної.

3. Арифметичні дії над функціями, які мають скінченну похідну.
4. Теорема про похідну оберненої функції.
5. Похідні елементарних функцій.
6. Означення диференційовності функції в точці. Зв'язок між диференційовністю та існуванням похідної.
7.Означення диференціала функції в точці.Геометричний зміст диференціала.
8. Найпростіші правила обчислювання диференціалів.
9. Інваріантність форми першого диференціала.
10. Диференціал як джерело наближених формул.
11. Похідні вищих порядків.
12. Формула Лейбніца.

Тема 2· Дослідження функцій за допомогою диференціального числення

1. Основні теореми диференціального числення: теорема Ферма, теорема Ролля, теорема Лагранжа та наслідки із неї.
2. Параметрично визначені криві. Теорема про їх диференційованість. Приклади.
3. Перше та друге правила Лопіталя (без доведення). Приклади.
4. Формула Тейлора для полінома.
5. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Пеано для довільної функції.
6. Залишковий член у формулі Тейлора у формі Лагранжа.
7. Розкладність елементарних функцій за формулою Маклорена:
8. Умова сталості функції.
9. Умова монотонності функції.
10. Означення локального та абсолютного екстремумів. Необхідна умова локального екстремуму.
11. Достатня умова локального екстремуму у термінах першої похідної. Приклади дослідження функцій на локальний та абсолютний екстремуми.
12. Достатня умова локального екстремуму у термінах другої похідної.
13. Означення опуклої та угнутої функції.
14. Умови опуклості функції у термінах першої та другої похідної.
15. Точки перегину. Необхідні та достатні умови точок перегину.
16. Асимптоти графіка функції.
17. Загальна схема побудови графіка функції. Приклади.

Розділ 3. Інтегральне числення функцій однієї змінної

Тема 1. Невизначений інтеграл

1. Означення первісної та невизначеного інтеграла. Таблиця невизначених інтегралів.
2. Лінійність невизначеного інтеграла.
3. Інтегрування за допомогою підстановки.
4. Інтегрування частинами.
5. Постановка задачі про інтегрування у скінченому вигляді.
6. Інтегрування раціональних функцій. Метод Остроградського.
7. Інтегрування ірраціональних функцій. Підстановки Ейлера.

Тема 2. Визначений інтеграл Рімана та його застосування

1. Зв`язок первісної з площею криволінійної трапеції.
2. Задача про обчислювання площі криволінійної трапеції.

3. Означення визначеного інтеграла Рімана. Необхідна умова інтегровності за Ріманом.
4. Коливання функції на множині.
5. Верхні та нижні інтегральні суми Дарбу. Зв`язок з інтегральними сумами Рімана.
6. Властивості верхніх та нижніх інтегральних сум Дарбу.
7. Означення верхнього та нижнього інтегралів Дарбу. Зв`язок між ними.
8. Верхній та нижній інтеграли Дарбу як границі відповідних сум Дарбу.
9. Критерій Дарбу інтегровності функції за Ріманом.
10. Критерій Рімана.
11. Критерій інтегровності функції за Ріманом у термінах коливань функції.
12. Класи інтегровних за Ріманом функцій: неперервні функції, функції зі скінченною множиною точок розриву, монотонні функції.
13. Властивості інтегровних за Ріманом функцій.
14. Лінійність інтеграла Рімана.
15. Адитивність інтеграла Рімана відносно відрізка інтегрування.
16. Монотонність інтеграла Рімана.
17. Оцінки для інтеграла Рімана.
11. Теорема про середнє значення для інтеграла Рімана.
12. Перша теорема про середнє значення для інтеграла Рімана.
13. Властивості визначеного інтеграла Рімана зі змінною верхньою межею.
14. Існування первісної для неперервної функції.
15. Формула Ньютона- Лейбніца.
16. Інтегрування частинами для визначеного інтеграла Рімана.
17. Заміна змінної для визначеного інтеграла Рімана.
18. Перетворення Абеля та його застосування. Формули Бонне. Друга теорема про середнє значення для інтеграла Рімана.
19. Означення довжини кривої та її властивості. Спрямлювані криві.
20. Довжина параметрично визначеної кривої.
21. Площа криволінійної трапеції. Площа криволінійного сектора.

Тема 3. Невласні інтеграли

1. Означення невласних інтегралів першого та другого роду. Геометричний зміст. Лінійність невласних інтегралів. Приклади.
2. Формула Ньютона- Лейбніца для невласних інтегралів. Інтегрування частинами для невласних інтегралів.
3. Абсолютно та умовно збіжні невласні інтеграли.
4. Критерій збіжності невласних інтегралів. від невід'ємних функцій. Наслідок.
5. Ознаки порівняння для невласних інтегралів від невід'ємних функцій.
6. Ознаки порівняння у граничний формі для невласних інтегралів першого роду від невід'ємних функцій. Приклади.
7. Невласні інтеграли з декількома особливостями. Приклади.
8. Гамма-функція Ейлера.
9. Бета-функція Ейлера.
10. Інтеграл Ейлера-Пуассона.
11. Головне значення невласного інтеграла. Приклади.

Розділ 4. Числові та функціональні ряди

Тема 1. Числові ряди

1. Означення числового ряду. Часткові суми числового ряду. Поняття збіжності. Зв'язок числових рядів з числовими послідовностями. Приклади.

2. Необхідна ознака збіжності числового ряду.
3. Залишок числового ряду. Лінійні операції над збіжними рядами.
4. Критерій Коші збіжності числового ряду. Абсолютно та умовно збіжні числові ряди
5. Зв'язок числових рядів з невласними інтегралами.
6. Критерій збіжності рядів з невід'ємними елементами.
7. Інтегральна ознака Коші збіжності числового ряду.
8. Ознака порівняння для рядів з невід'ємними елементами.
9. Ознаки порівняння у граничній формі для рядів з невід'ємними елементами.
10. Ознака Даламбера. Гранична форма. Приклади.
11. Радикальна ознака Коші. Гранична форма. Приклади.
12. Ознаки Даламбера та Коші для рядів з довільними елементами.
13. Знакопереміжні ряди. Ознака Лейбніца. Оцінка залишку ряду Лейбніца.
14. Властивість переставності абсолютно збіжних рядів. Порушення властивості переставності умовно збіжними рядами. Теорема Рімана.

Тема 2. Функціональні ряди

1.Поточкова та рівномірна збіжність послідовності функцій. Приклади.
2.Поточкова та рівномірна збіжність функціонального ряду. Приклади.
3. Критерій Коші рівномірної збіжності послідовності функцій та функціонального ряду. Необхідна умова рівномірної збіжності функціонального ряду.
4. Ознака Вейєрштрасса.
5. Неперервність граничної функції та суми ряду.
6. Почленне інтегрування функціонального ряду. Інтегрування послідовності функцій.
7. Почленне диференціювання функціонального ряду. Диференціювання послідовності функцій

Тема 3. Степеневі ряди

1. Поняття віддалі в комплексній площині. Властивості віддалі.
2. Поняття околу точки в комплексній площині. Розширена комплексна площина.
3. Поняття границі послідовності комплексних чисел. Властивості збіжних послідовностей.
4. Нескінченно малі послідовності та їх властивості.
5. Нескінченно великі послідовності та їх зв'язок з нескінченно малими послідовностями.
6. Арифметичні дії над збіжними послідовностями.
7. Покоординатний характер збіжності послідовності комплексних чисел.
8. Критерій Коші збіжності послідовності комплексних чисел.
9. Означення граничної точки множини в комплексній площині. Критерій граничної точки множини.
10. Означення границі комплексно-значної функції в точці по Коші і по Гейне та їх еквівалентність.
11. Означення неперервності комплексно-значної функції в точці по Коші і по Гейне.
12. Арифметичні дії над неперервними функціями.
13. Поняття ряду комплексних чисел. Часткові суми числового ряду. Поняття збіжності.Зв'язок числових рядів з числовими послідовностями.Приклади.
14. Необхідна ознака збіжності числового ряду.
15. Ознака Вейєрштрасса рівномірної збіжності функціонального ряду комплексно-значних функцій.

16. Неперервність граничної функції та суми ряду.
17. Означення степеневого ряду. Круг збіжності. Радіус збіжності. Формула Коші- Адамара. Приклади.
18. Перша теорема Абеля. Властивості степеневого ряду в крузі збіжності: неперервність, почленне інтегрування, почленне диференціювання.
19. Ряди Тейлора та Маклорена. Критерій розкладу функції у ряд Тейлора.
20. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора.

Розділ 5. Диференціальне числення функцій кількох змінних

Тема 1. Метричні простори

1. Означення МП. Означення віддалі та її властивості. Приклади МП.
2. Лінійні нормовані простори (ЛНП). Означення норми та її властивості, зв'язок з віддаллю. Приклади ЛНП:
3. Лінійні нормовані простори зі скалярним добутком. Означення скалярного добутку та його властивості. Нерівність Коші- Буняковського- Шварца. Зв'язок скалярного добутку із нормою та віддаллю. Приклади ЛНП зі скалярним добутком:
4. Відкрита та замкнена кулі в МП. Збіжні послідовності в МП та їх властивості. Окіл точки в МП.
5. Покоординатний характер збіжності.
6. Компакти в $\mathbb{R}^m$. Опис компактів в $\mathbb{R}^m$. Приклади.
7. Означення неперервності відображення в точці по Гейне та Коші. Неперервність відображення на множині. Зв'язок неперервності відобра – ження з відкритими множинами.
8. Неперервність суперпозиції відображень.
9. Неперервний образ компакту. Узагальнення I та II теорем Вейєрштрасса.
10. Узагальнення I та II теорем Больцано - Коші.
11. Лінійна зв'язність множини в МП. Лінійна зв'язність області.

Тема 2. Диференціальне числення функцій кількох змінних

1. Означення частинної похідної. Приклади її обчислювання.
2. Диференційованість функції декількох змінних. Зв'язок із неперервністю. Необхідні та достатні умови диференційованості. Поняття неперервної диференційованості функції декількох змінних в точці і на множині.
3. Диференційованість складної функції. Різні випадки.
4. Повний диференціал функції декількох змінних та його властивості. Градієнт функції. Інваріантність форми першого диференціала.
5. Теорема Лагранжа про середнє значення. Наслідок стосовно функції з нульовим градієнтом.
6. Необхідна і достатня умова диференційованості відображення. Геометричний зміст похідної. Довжина дуги гладкої кривої.
7. Лема про похідну за напрямком, геометричний зміст градієнта.
8. Поняття про дотичну до поверхні площину. Рівняння дотичної площини.
9. Геометричний зміст повного диференціала.
10. Похідні вищих порядків. Рівність мішаних частинних похідних.
11. Диференціали вищих порядків.
12. Означення локального та абсолютного екстремумів функції декількох змінних. Необхідна умова локального екстремуму.
13. Достатні умови локального екстремуму функції декількох змінних.

Тема 3. Відображення

1. Лінійні відображення. Норма лінійного відображення та її властивості.
2. Диференційованість відображення. Необхідні та достатні умови диференційованості. Матриця Якобі відображення (похідна відображення) та її структура.
3. Правила для знаходження похідних відображень.
4. Похідна суперпозиції відображень.
5. Якобіан. Властивості якобіанів.
6. Означення неявної числової функції від однієї змінної. Теорема про існування та диференційованість неявної числової функції від однієї змінної. Наслідок.
7. Поняття про гомеоморфізм та дифеоморфізм.
8. Теорема про локальний дифеоморфізм (про обернену функцію).
9. Означення неявного відображення. Теорема про існування та диференційованість неявного відображення. Наслідок.
10. Поняття про функціональну незалежність набору числових функцій. Необхідні умови функціональної залежності. Наслідок.
11. Поняття про умовний екстремум функції декількох змінних. Приклади.
12. Необхідні умови умовного екстремуму функції. Правило множників Лагранжа. Приклади.

Розділ 6. Кратний інтеграл Рімана та його застосування

1. Об’єм бруса та його властивості.
2. Означення інтеграла Рімана по брусу. Необхідна умова інтегровності по брусу за Ріманом.
3. Зовнішня та внутрішня міри Жордана. Множини, вимірні за Жорданом. Міра Жордана.
4. Інтеграл Рімана по множині, яка вимірна за Жорданом.
5. Арифметичні операції з функціями, інтегрованими за Ріманом.
6. Лінійність інтеграла Рімана по множині, яка вимірна за Жорданом.
7. Адитивність інтеграла Рімана відносно області інтегрування.
8. Властивості множин, вимірних за Жорданом. Властивості міри Жордана.
9. Монотонність інтеграла Рімана по множині, яка вимірна за Жорданом.
10. Теорема про середнє значення для інтеграла Рімана по множині, яка вимірна за Жорданом.
11. Циліндричні множини. Зведення кратного інтеграл Рімана по циліндричній множині до повторного. Приклади.
12. Геометричний зміст якобіана.
13. Заміна змінної під знаком кратного інтеграла Рімана. Випадок порушення умов дифеоморфізму. Приклади.
14. Елементарна гладка регулярна крива. Елементарна гладка регулярна поверхня і її площа.

Розділ 7. Криволінійні та поверхневі інтеграли. Теорія поля

Тема 1. Криволінійні інтеграли

1. Криволінійний інтеграл першого роду. Означення. Фізичний зміст. Властивості. Зведення криволінійного інтеграла першого роду до визначеного.
2. Скалярні та векторні поля.
3. Криволінійний інтеграл другого роду. Означення. Фізичний зміст. Властивості. Зведення криволінійного інтеграла другого роду до

визначеного. Зв'язок між криволінійними інтегралами першого та другого роду.

4. Формула Гріна. Випадок багатозв'язної області. Застосування до обчислювання площ множин. Приклади.

Тема 2. Поверхневі інтеграли

1. Поверхневий інтеграл першого роду. Означення. Фізичний зміст. Властивості. Зведення поверхневого інтеграла першого роду до подвійного інтеграла.
2. Орієнтована поверхня. Приклад неорієнтованої поверхні.
3. Диференціальні форми в $\mathbb{R}^3$. Фізичний зміст диференціальної форми другого степеня. Геометричний зміст диференціальної форми третього степеня.
4. Поверхневий інтеграл другого роду як поверхневий інтеграл від диференціальної форми другого степені. Зведення поверхневого інтеграла другого роду до подвійного інтеграла. Зв'язок між поверхневими інтегралами другого та першого роду.

Тема 3. Теорія поля

1. Формула Гаусса-Остроградського.
2. Оператор набла (Гамільтона). Означення дивергенції та її фізичний зміст. Незалежність дивергенції від вибору ортонормованої системи координат.
3. Приклади застосування формули Гаусса-Остроградського. Закон Архимеда.
4. Циркуляція векторного поля. Орієнтація замкненої кривої на орієнтованій поверхні. Формула Стокса.
5. Означення ротора та його фізичний зміст. Незалежність ротора від вибору ортонормованої системи координат.
6. Незалежність криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтегрування. Зв'язок з повним диференціалом.
7. Відновлення функції по її повному диференціалу. Приклади.
8. Незалежність криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтегрування. Зв'язок з циркуляцією.
9. Однозв'язність області в $\mathbb{R}^2$ та в $\mathbb{R}^3$.
10. Незалежність криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтегрування. Зв'язок з ротором.
11. Незалежність криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтегрування. Потенціальні поля.

Розділ 8 . Ряди та інтеграл Фур'є

1. Унітарні та евклідові простори. Розкладання вектора по ортонормованій системі векторів в цих просторах.
2. Означення простору Гільберта. Приклади гільбертових просторів.
3. Простір Гільберта L^2[-□,□].
4. Неперервність скалярного добутку у просторі Гільберта.
5. Означення ортонормованого базису у просторі Гільберта. Приклади ортонормованих базисів.
6. Загальний ряд Фурь'є. Екстремальна властивість відрізків загального ряду Фурь'є. Нерівність Бесселя. Збіжність загального ряду Фурь'є.
7. Повнота і замкненість ортонормованої системи векторів у просторі Гільберта. Рівність Парсеваля. Теорема про зв'язок між цими поняттями.
8. Ортонормована система тригонометричних функцій. Ряд Фурь'є у

дійсній та комплексній формі. Коефіцієнти ряду Фурь’є.
9. Ознака Діріхле-Жордана поточкової збіжності ряду Фурь’є.
10. Теореми Фейера.
11. Теорема Вейєрштрасса. Повнота ортонормованої системи тригонометричних функцій.
12. Інтеграл Фурь’є. Перетворення Фурь’є. Обернене перетворення Фурь’є. Зв’язок з рядами Фурь’є.
13. Властивості перетворення Фурь’є. Згортка функцій та перетворення Фурь’є.

3. Структура навчальної дисципліни

III семестр

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 5. Диференціальне числення функцій кількох змінних												
Тема 1. Метричні простори	22	2*	4			16	10					10
Тема 2. Диференціальне числення функцій кількох змінних	22	6*	6		6	4	26				6	20
Тема 3. Відображення	19	8*	6			5	20					20
Разом за розділом 5	63	16	16		6	25	56				6	50
Розділ 6. Кратний інтеграл Рімана та його застосування												
Тема 1. Інтеграл Рімана по множині, яка вимірна за Жорданом.	22	6*	6			10	30					30
Тема 2. Заміна змінної під знаком кратного інтеграла.	13	4*	4			5	20					20
Тема 3. Елементарна гладка регулярна поверхня і її площа.	22	6*	6			10	14	2*	4*			8
Разом за розділом 6	57	14	14			25	64	2	4			58
Разом за III семестр	**120**	**32**	**32**		**6**	**50**	**120**	**2**	**4**		**6**	**108**

)* – За дистанційною формою, на платформі ZOOM

IV семестр

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 7. Криволінійні та поверхневі інтеграли. Теорія поля												
Тема 1. Криволіній-ні інтеграли	18	4	4			10	20					20
Тема 2. Поверхневі інтеграли.	22	6	6			10	30					30
Тема 3. Теорія поля	20	6	6			8	8					8
Разом за розділом 7	60	16	16			28	58					58
Розділ 8. Ряди та інтеграл Фур'є												
Разом за розділом 8	60	16	16		6	22	62	2	4		6	50
Разом за IV семестр	**120**	**32**	**32**		**6**	**50**	**120**	**2**	**4**		**6**	**108**
Усього годин	**540**	**126**	**154**		**24**	**236**	**540**	**24**	**30**		24	**462**

4. Теми практичних занять

III семестр

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	**Диференціальне числення числової функції багатьох змінних.** Дослідження функцій на неперервність. Обчислення частиних похідних та диференціалів першого порядку. Дослідження функцій на диференційованість. Геометричні застосування. Наближені обчислення із застосуванням диференціалів. Обчислення із градієнтом. Обчислення похідних і диференціалів вищих порядків. Формула Тейлора. Дослідження функцій на локальний екстремум.	8
2	**Контрольна робота (2)**	4
3	**Відображення із $\mathbb{R}^m$ в $\mathbb{R}^n$.** Задачі, які відносяться до існування та диференційованості неявно визначених числових функцій від однієї чи багатьох змінних. Дослідження неявно визначених числових функцій від однієї чи багатьох змінних на локальний екстремум. Існування та дослідження оберненого відображення (задачі на локальний дифеоморфізм). Задачі, які відносяться до існування та диференційованості неявно визначених відображень. Дослідження функцій на умовний екстремум.	10

8	**Інтеграл Рімана в $\mathbb{R}^3$.** Обчислення кратних інтегралів Рімана по циліндричним областям. Зведення кратних інтегралів Рімана до повторних інтегралів. Заміна порядку інтегрування у повторних інтегралах. Застосування кратних інтегралів Рімана до обчислення площ та об'ємів. Заміна змінних у кратному інтегралі Рімана. Застосування кратних інтегралів Рімана до обчислення площ поверхонь.	10
	Разом за III семестр	**32**

IV семестр

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	**Криволінійні та поверхневі інтеграли першого роду.** Обчислення криволінійних та поверхневих інтегралів першого роду та їх застосування у механіці та фізиці.	4
2	**Криволінійні та поверхневі інтеграли другого роду.** Обчислення криволінійних та поверхневих інтегралів другого роду та їх застосування у геометрії та фізиці. Диференціальні форми, операції над ними та їх властивості. Формули Гріна, Гаусса-Остроградського та Стокса. Елементи теорії поля. Застосування теорії поля у механіці та фізиці.	6
3	**Теорія поля** Формули Гріна, Гаусса-Остроградського та Стокса. Елементи теорії поля. Застосування теорії поля у механіці та фізиці.	4
4	**Контрольна робота (2)**	4
6	**Ряди Фур'є та інтеграл Фур'є.** Розвинення функцій у тригонометричний ряд Фур'є, інтеграл Фур'є та дослідження їх на поточкову збіжність.	14
	Разом за IV семестр	**32**
	Усього годин	**160**

5. Завдання для самостійної роботи

III семестр

1	Метричні простори	16	Екзамен
2	Диференціальне числення функцій кількох змінних	5	Індивідуальне завдання
3	Відображення із $\mathbb{R}^m$ в $\mathbb{R}^n$.	10	Контрольна робота
4	Кратний інтеграл Рімана та його застосування	25	Контрольна робота
	Разом за III семестр	**56**	

IV семестр

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	Форма контролю
1	Криволінійні інтеграли	10	Контрольна робота

2	Поверхневі інтеграли.	10	Контрольна робота
3	Теорія поля	8	Контрольна робота
4	Ряди та інтеграл Фур'є	28	Індивідуальне завдання
	Разом за IV семестр	**56**	
	Усього годин	**252**	

6. Індивідуальні завдання

для денної форми навчання: розрахунково-графічні роботи (4).

для заочно- дистанційної форми навчання: **П семестр (2).**

7. Методи контролю

Контрольні роботи (4); Колоквіуми (2);
Екзамени**.**

8. Схема нарахування балів

III семестр

№ з/п	Поточний контроль та самостійна робота	Назва розділів і теми	Бали
1	Контрольна робота	Розділ 5-й; Теми 1-2.	30
2	Індивідуальне завдання	Розділ 6-й; Тема 3.	30
3	Екзамен	Розділ 5-й; Розділ 6-й.	40
	Разом		100

IV семестр

№ з/п	Поточний контроль та самостійна робота	Назва розділів і теми	Бали
1	Контрольна робота	Розділ 7-й; Теми 1-2.	30
2	Індивідуальне завдання	Розділ 8-й.	30
3	Екзамен	Розділ 7-й; Розділ 8-й.	40

	Разом		100

Критерії оцінювання

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 –69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

11. Рекомендоване методичне забезпечення

Базова література

1. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз, ч. I, II. – К.; Либідь, 1994.
2. М. В. Заболоцький, О. Г. Сторож, С. І. Тарасюк. Математичний аналіз – К. : Знання, 2008. – 421 с.

Допоміжна література

1. Гришко О. Ю., Нагнибіда М. І., Настасієв П. П. Теорія функцій комплексної змінної: Розв'язування задач. – К.: Вища школа, 1994.

12. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. www-library.univer.kharkov.ua
2. http://mathworld.wolfram.com/topics/Algebra.html