

СИЛАБУС

навчальної дисципліни

ТЕОРІЯ ОПЕРАТОРІВ

вид дисципліни за вибором

рівень вищої освіти **бакалавр**; галузь знань **11 - Математика та статистика**;
спеціальність **111 – Математика**; освітня програма «**Математика**»;
факультет **математики і інформатики**

РОЗРОБНИК: **Щербина Марія Володимирівна**, член-кор.АН України, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри фундаментальної математики.

1. Опис навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є ознайомлення майбутніх бакалаврів зі спектральною теорією обмежених операторів в Гільбертовому просторі

Основними завданнями вивчення дисципліни є опанування майбутніми бакалаврами основними методами дослідження обмежених операторів, включаючи дослідження спектру теорему для обмежених самоспряжених операторів та теорію Фредгольма для компактних операторів.

Кількість кредитів – 4

Загальна кількість годин – 120

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Основні властивості простору Гільберта.

Тема 1. *Базові відомості про простір Гільберта.*

Приклади лінійних просторів. Скалярний добуток векторів та відповідна топологія у просторі. Повні та неповні простори. Нерівність Коши. Ортонормований базис у гільбертовому просторі. Сепарабельні та несепарабельні простори. Приклади. Ізоморфність сепарабельних просторів.

Тема 2. *Розкладання по ортогональному базису.*

Ряди Фур'є. Єдиність розкладання у ряд Фур'є. Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля. Метод Грама-Шмідта ортогоналізації системи незалежних векторів.

Тема 3. *Геометрія гільбертового простору*

Відстань від

точки до опуклої замкнутої множини. Ортогональне доповнення замкнутого підпростору. Розкладання простору в ортогональну суму.

Тема 4. *Лінійні функціонали в гільбертовому просторі.* Поняття про лінійний функціонал. Теорема Ріса та загальний вигляд лінійного неперервного функціоналу.

Тема 5. *Білінійні функціонали та квадратичні форми.*

Властивості білінійного обмеженого функціоналу. Загальний вигляд білінійного обмеженого функціоналу. Квадратичні форми та їх зв'язок з білінійними обмеженого функціоналами. Позитивні квадратичні форми. Нерівності для самоспряжених операторів.

Розділ 2. Компактні оператори у гільбертовому просторі.

Тема 6. *Поняття компактного оператора*

Означення компатного оператору та його основні властивості. Збіжність послідовностей компактних операторів.

Тема 7. Резольвента оператору та його спектр.

Означення резольвенти та її основні властивості. Резольвентна множина оператору та його спектр.

Тема 8. Теорія Фредгольму компактних операторів.

Доведення теорем Фредгольму для компактних операторів. Спектральне розкладання для самоспряжних компактних операторів.

Тема 9. Застосування теорем Фредгольму в теорії інтегральних рівнянь. Інтегральні рівняння першого та другого роду. Рівняння Вальтерра. Ознаки компактності інтегральних операторів з необмеженими ядрами. Теорема єдиності.

Розділ 3. Спектральна теорема для обмежених самоспряжних та унітарних операторів.

Тема 10. Побудова функцій від самоспряжних обмежених операторів.

Монотонні послідовності операторів та їх збіжність. Побудова функцій, що є границямимонотонно спадних послідовностей поліномів.

Тема 11. Спектральне розкладання для самоспряжнихі.

Побудова спектральних проєкторів. Спектральна міра та її властивості. Спектральне зображення самоспряжного оператору

Тема 12. Спектральна теорія унітарних операторів.

Функції від унітарних операторів. Спектральні проєктори та спектральне зображення унітарного оператору

3. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

4. Методи контролю

Навчання здійснюється у формі лекцій, практичних занять, а також у формі самостійної роботи (опрацювання навчального матеріалу, розв'язання учбових задач); контрольна робота, семестровий підсумковий залік.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

5. Рекомендована література

Основна література

1. Ахиїзер Н.И., Глазман И.М., Теорія лінійних операторів в гільбертовому просторі. Т1- К: Вища школа, 1978.
2. M. Reed, B. Simon Methods of Modern Mathematical Physics (V1) / Academic Press (January 11, 1980)

3.

6. Допоміжна література

7.

1. Eidelman, Yu., Milman, V., Tsolomitis, A. Functional Analysis. Introduction.- American mathematical society, Providence, 2017.

6. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

Wolfram Math World: <http://mathworld.wolfram.com/OperatorTheory.html>