

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
**Кафедра фундаментальної математики**

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**  
Декан факультету  
математики і інформатики  
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ  
“ 08 ” 2024 р.



Робоча програма навчальної дисципліни  
**Алгебра II**

рівень вищої освіти **другий(магістерський)**  
галузь знань **11 – Математика та статистика**  
спеціальність **111 – Математика**  
освітня програма **«Математика»**  
вид дисципліни **обов'язкова**  
факультет **математики і інформатики**

2024/2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Каролінський Євген Олександрович, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фундаментальної математики**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики протокол від 26 серпня 2024 року № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)  
програми

Вячеслав ГОРДЕВСЬКИЙ



Програму погоджено з гарантом освітньої (наукової) програми «Математика»

Гарант освітньої (наукової)  
програми



Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатик4 протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Алгебра II” складена відповідно до освітньо-професійної та освітньо-наукової програм підготовки «магістр»

спеціальності **111 – Математика**  
освітня програма «Математика»

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни “Алгебра II” полягає у навчанні майбутніх математиків основним поняттям та конструкціям сучасної алгебри.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни “Алгебра II” містять вивчення основних понять та конструкцій сучасної алгебри та їх застосувань.

1.3. Кількість кредитів – **6**

1.4. Загальна кількість годин – **180**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<b>Обов’язкова</b>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
<b>1-й</b>	
Семестр	
<b>1-й</b>	
Лекції	
<b>32 год.</b>	
Практичні, семінарські заняття	
<b>32 год.</b>	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
<b>116 год.</b>	
Індивідуальні завдання	
Розрахунково-графічна робота (1)	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

**знати:**

- Означення, приклади та основні властивості груп, кілець, полів, модулів та лінійних просторів та їх (гомо)морфізмів.
- Поняття та приклади категорій та функторів.
- Поняття тензорного добутку модулів та лінійних просторів, їх застосування до задач лінійної алгебри.
- Поняття та приклади евклідових кілець, кілець головних ідеалів, факторіальних кілець та зв’язки між ними.
- Будову скінченнопороджених модулів над кільцями головних ідеалів.
- Поняття та приклади алгебраїчних розширень полів, будову скінченних полів.
- Основи теорії Галуа.
- Основи теорії представлень скінченних груп та їх характеристик.

**уміти:**

- Перевіряти, чи є групою (кільцем, полем, модулем, лінійним простором) дана множина з операцією/ями; перевіряти, чи є гомоморфізмом відповідних структур дане відображення; обчислювати ядро та образ гомоморфізму.
- Застосовувати мову категорій та функторів для опису математичних конструкцій.
- Застосовувати тензорні добутки для опису об'єктів лінійної алгебри.
- Застосовувати алгоритм Евкліда для обчислень в евклідових кільцях.
- Розкладати скінченнопороджені модулі над кільцями головних ідеалів в пряму суму циклічних та застосовувати це до опису скінченнопороджених абелевих груп та обчислення жорданової форми лінійного оператора.
- Описувати прості алгебраїчні розширення полів; вести обчислення в скінченних полях.
- Обчислювати групи Галуа найпростіших розширень полів та многочленів.
- Перевіряти незвідність представлень груп; розкладати представлення скінченних груп на незвідні складники.

1.7. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні мати наступні ПРН:

Знати означення, приклади та основні властивості груп, кільця, полів, модулів та лінійних просторів, їх (гомо)морфізмів, категорій та функторів. Уміти застосовувати ці поняття та методи для дослідження алгебраїчних об'єктів у задачах з різних галузей математики та її застосувань.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

*Розділ 1.* Основні алгебраїчні структури: групи, кільця, поля, модулі та лінійні простори.

*Розділ 2.* Мова категорій та функторів.

*Розділ 3.* Тензорні добутки та полілінійна алгебра.

*Розділ 4.* Комутативні кільця. Евклідові кільця, кільця головних ідеалів. Однозначність розкладання на прості множники.

*Розділ 5.* Модулі над кільцями головних ідеалів.

*Розділ 6.* Алгебраїчні розширення полів. Скінченні поля.

*Розділ 7.* Основи теорії Галуа.

*Розділ 8.* Представлення скінченних груп.

## 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Основні алгебраїчні структури: групи, кільця, поля, модулі та лінійні простори.	21	4*	4*			13						
Розділ 2. Мова категорій та функторів.	21	4*	4*			13						
Розділ 3. Тензорні добутки та	21	4*	4*			13						

полілінійна алгебра.												
Розділ 4. Комутативні кільця. Евклідові кільця, кільця головних ідеалів. Однозначність розкладання на прості множники.	21	4*	4*			13						
Розділ 5. Модулі над кільцями головних ідеалів.	21	4*	4*			13						
Розділ 6. Алгебраїчні розширення полів. Скінченні поля.	25	4*	4*			17						
Розділ 7. Основи теорії Галуа.	25	4*	4*			17						
Розділ 8. Представлення скінченних груп.	25	4*	4*			17						
<b>Усього годин</b>	<b>180</b>	<b>32</b>	<b>32</b>			<b>116</b>						

\*За дистанційною формою, на платформі MOODLE

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Основні алгебраїчні структури: групи, кільця, поля, модулі та лінійні простори.	4
2	Мова категорій та функторів.	4
3	Тензорні добутки та полілінійна алгебра.	4
4	Комутативні кільця. Евклідові кільця, кільця головних ідеалів. Однозначність розкладання на прості множники.	4
5	Модулі над кільцями головних ідеалів.	4
6	Алгебраїчні розширення полів. Скінченні поля.	4
7	Основи теорії Галуа.	4
8	Представлення скінченних груп.	4
	<b>Разом</b>	<b>32</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Опрацювання додаткового матеріалу за відповідними темами:	
1	Основні алгебраїчні структури: групи, кільця, поля, модулі та лінійні простори. (Домашнє завдання.)	13
2	Мова категорій та функторів.	13
3	Тензорні добутки та полілінійна алгебра. (Домашнє завдання.)	13
4	Комутативні кільця. Евклідові кільця, кільця головних ідеалів. Однозначність розкладання на прості множники.	13

5	Модулі над кільцями головних ідеалів. (Розрахунково-графічна робота.)	13
6	Алгебраїчні розширення полів. Скінченні поля.	17
7	Основи теорії Галуа.	17
8	Представлення скінченних груп. (Домашнє завдання.)	17
	<b>Разом</b>	<b>116</b>

### 6. Індивідуальні завдання

Розрахунково-графічна робота (1)

### 7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

### 8. Методи контролю

- поточний семестровий (контрольна робота – 1, розрахунково-графічна робота -1);
- підсумковий семестровий (екзамен).

### 9. Схема нарахування балів

Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Розрахунково-графічна робота	Разом	Екзамен	Сума
30	30	60	40	100

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

### Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка		Пояснення
в балах	за національною шкалою	
90–100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70–89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50–69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість

		передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для чотирирівневої шкали оцінювання
90–100	відмінно
70–89	добре
50–69	задовільно
1–49	незадовільно

## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. E. B. Vinberg. A Course in Algebra. – AMS, 2003.

### Допоміжна література

1. A. I. Kostrikin, Yu. I. Manin. Linear Algebra and Geometry. – Gordon and Breach, 1997.
2. S. Lang. Algebra. – Springer-Verlag, 2002.

## 11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

<http://mathworld.wolfram.com/topics/Algebra.html>