

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В.о. декана факультету математики
і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ



Сергій 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Вступ до теорії кілець

рівень вищої освіти **перший(бакалаврський)**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2025/ 2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

26 серпня 2025 року, протокол № 10

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ: Сергій ГЕФТЕР – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент
ЗВО кафедри фундаментальної математики

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики

Протокол від 26 серпня 2025 року №1.

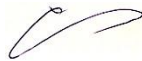
В. о. завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної) програми



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол від 26 серпня 2025 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Вступ до теорії кілець”

складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки «бакалавр»

спеціальності 111 - Математика

освітня програма «Математика»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. **Метою** викладання вибіркової навчальної дисципліни “Вступ до теорії кілець” є надання здобувачам освіти базових знань та важливих прикладів у важливому розділі сучасної загальної алгебри.

1.2. **Основними завданнями** вивчення дисципліни “Вступ до теорії кілець” є оволодіння основними методами аналізу комутативних та некомутативних асоціативних кілець.

1.3 Кількість кредитів – 3

1.4. Загальна кількість годин - 90

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
3-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
16 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
42 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна

ІК Здатність розв’язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп’ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК-01 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу

ЗК-03 Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності

ЗК-07 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями

ФК-01 Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання.

ФК-04 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.

ФК-11 Здатність формулювати та доводити нові теоретичні твердження та досліджувати можливості їх застосування для розв'язання конкретних теоретичних та прикладних задач.

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна

РН.04 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

РН.10 Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.

РН.15 Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур

1.8. Пререквізити: Елементи алгебри та теорії чисел.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Основні приклади комутативних та некомутативних кілець

1. Кільце класів лишків.
2. Кільце поліномів над полем та над комутативним кільцем.
3. Алгебра матриць. Випадок довільного поля нульової характеристики.
4. Алгебра функцій на довільній множині. Елементи загальної спектральної теорії.

Розділ 2. Скінченновимірні алгебри над полем дійсних чисел

1. Поле комплексних чисел.
2. Тіло кватерніонів.
3. Теорема Фробеніуса.
4. Алгебра матриць на полем дійсних та комплексних чисел.

Розділ 3. Комутативні кільця, які зв'язані з теорією чисел та топологією

1. Елементи теорії ідеалів у комутативних кільцях.
2. Евклідові кільця.
3. Факторіальні кільця.
4. Алгебра неперервних функцій на компактному топологічному просторі.
5. Алгебра обмежених функцій.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усь ого	у тому числі					Усь ого	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	ла б	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Основні приклади комутативних та некомутативних кілець												
Кільце класів лишків	5	2	1			2						
Кільце поліномів над полем та над комутативним кільцем	5	2	1			2						

Алгебра матриць. Випадок довільного поля нульової характеристики	6	2	1			3						
Алгебра функцій на довільній множині. Елементи загальної спектральної теорії	6	2	1			3						
Разом за розділом 1	22	8	4			10						
Розділ 2. Скінченновимірні алгебри над полем дійсних чисел												
Поле комплексних чисел	7	2	2			3						
Тіло кватерніонів	8	3	2			3						
Теорема Фробеніуса	7	3	1			3						
Алгебра матриць на полем дійсних та комплексних чисел	6	2	1			3						
Разом за розділом 2	28	10	6			12						
Розділ 3. Комутативні кільця, які зв'язані з теорією чисел та топологією												
Елементи теорії ідеалів у комутативних кільцях	6	2	1			3						
Евклідові кільця	8	4	1			3						
Факторіальні кільця	8	4	1			3						
Алгебра неперервних функцій на компактному топологічному просторі. Алгебра обмежених функцій	8	4	1			3						
Разом за розділом 3	30	14	4			12						
<i>Контрольна робота</i>	4		2			2						
<i>Підготовка до заліку</i>	6					6						
Усього годин	90	32	16			42						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Кільце класів лишків. Кільце поліномів над полем та над комутативним кільцем	2
2	Алгебра матриць. Випадок довільного поля нульової характеристики	2
3	Поле комплексних чисел. Тіло кватерніонів	2
4	Алгебра матриць на полем дійсних та комплексних чисел	2
5	Елементи теорії ідеалів у комутативних кільцях	2
6	Евклідові кільця. Факторіальні кільця.	2
7	Алгебра неперервних функцій на компактному топологічному просторі. Алгебра обмежених функцій	2
8	<i>Контрольна робота</i>	2
	<i>Разом</i>	16

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Опрацювання додаткового матеріалу за відповідними темами:	
1	Алгебра функцій на довільній множині. Елементи загальної спектральної теорії	4
2	Тіло кватерніонів .Теорема Фробеніуса	6
3	Елементи теорії ідеалів у комутативних кільцях	6
4	Евклідові кільця	6
5	Факторіальні кільця	6
6	Квадратичні кільця	6
7	<i>Підготовка до контрольної роботи</i>	2
8	<i>Підготовка до заліку</i>	6
	<i>Разом</i>	42

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

7. Методи навчання

Пояснювально-ілюстративні: Лекції, практичні заняття. **Репродуктивні:** Домашні та аудиторні завдання.

У разі проведення занять дистанційно, лекції та практичні заняття проводяться в синхронному режимі (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

8. Методи контролю

- **поточний семестровий:** облік відвідування занять, опитування, домашні завдання, контрольна робота;
- **підсумковий семестровий (залік).**

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, домашні завдання			Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом	Залік	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3				
15	15	15	15	60	40	100

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка		Пояснення
в балах	за національною шкалою	
90–100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70–89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50–69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	зараховано
70-89	
50-69	
1-49	не зараховано

10. Рекомендоване методичне забезпечення

Основна література

1. Елементи теорії чисел: навчально-методичний посібник з елементів алгебри та теорії чисел / укладачі Н. П. Гиря, О. О. Заварзіна, Є. О. Каролінський, Л. Ю. Полякова. – Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2024. <https://ekhnuir.karazin.ua/server/api/core/bitstreams/344c2900-e53e-4f06-999d-8ca5c40f60bc/content>
2. Ганюшкін О.Г. Вступ до алгебри». Навчальний посібник для студентів механіко-математичного факультету. Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», Київ, 2013. 177 с. <https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2020/09/vstup-do-alge.pdf>
3. Безущак О.О., Ганюшкін О.Г. Завдання до практичних занять з алгебри і теорії чисел (теорія кілець і полів): для студентів університетів – К.: ВПЦ «Київський університет», 2020. – 137 с. <https://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2020/02/praktyka.pdf>
4. Бондаренко Є.В. Теорія кілець. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2012.– 64 с. <http://mmf.lnu.edu.ua/images/stories/secret/algebra/doc/rings-b.pdf>

Допоміжна література

1. Judson Thomas W. Abstract Algebra. Theory and Applications. 2010. <http://abstract.ups.edu/download/aata-20100827.pdf>

Інформаційні ресурси

1. Віртуальна математична бібліотека <http://euclid.math.fsu.edu/Science/math.html>
2. <http://mathworld.wolfram.com/topics/Algebra.html>