

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра **фундаментальної математики**

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету
математики і інформатики
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ
“ 08 ” 2024 р.



Робоча програма навчальної дисципліни
функціональний аналіз

рівень вищої освіти - **перший(бакалаврський)**

галузь знань **01 Освіта/Педагогіка**

спеціальність **014.04 Середня освіта (Математика)**

освітньо-професійна програма **«Математика та інформатика»**

вид дисципліни **обов'язкова**

факультет **математики і інформатики**

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Гефтер Сергій Леонідович, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фундаментальної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
Протокол від 26 серпня 2024 року №1.

В.о. завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми «Математика та інформатика»

Гарант освітньо-професійної програми



Ганна ЧЕРНОВА

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**функціональний аналіз**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)** освітня програма «**Математика та інформатика**»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “функціональний аналіз” є надання майбутнім фахівцям знань у галузі сучасного функціонального аналізу.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам функціонального аналізу та застосуванню цих методів у інших математичних дисциплінах.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, володіння культурою мислення.

ЗК04 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями, використовувати знання про сучасну природничу картину світу в освітній та професійній діяльності, застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК07. Здатність використовувати основні методи, способи та засоби одержання, зберігання, переробки інформації.

ЗК08. Здатність працювати з комп'ютером як засобом управління інформацією.

ФК08. Володіння основними положеннями класичних розділів математики, її базовими ідеями та методами.

ФК09. Здатність здійснювати логічний аналіз математичних об'єктів і процедур та конкретизацію абстрактних математичних знань у процесі вивчення математики.

ФК10. Володіння культурами математичного мислення, логічною, алгоритмічною та евристичною; розуміння загальної структури математичного знання, взаємозв'язку між різними математичними дисциплінами; здатність користуватися мовою математики, коректно виражати та аргументовано обґрунтовувати наявні знання.

ФК11. Здатність будувати математичні моделі для вирішення практичних проблем; розуміння критеріїв якості математичного моделювання.

ФК13. Здатність застосовувати різні сценарії вивчення конкретного математичного матеріалу, накопичувати та систематизувати різні варіанти доказів теорем, розв'язків задач, банків ключових задач тощо.

ФК14. Володіння основними положеннями історії розвитку математики, еволюції математичних ідей та основними концепціями сучасної математичної науки.

1.3. Кількість кредитів – **4**

1.4. Загальна кількість годин – **120**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
6-й	
Лекції	
32 год	
Практичні, семінарські заняття	
32 год	
Лабораторні заняття	

Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	
розрахунково-графічні роботи 1	

1.6. Програмні результати навчання за ОПП:

ПРН04. Знати базові поняття та теореми математичного, функціонального, комплексного аналізу, ряди, диференціювання та інтегрування функцій, інтегрування на поверхнях, термінологію теорії міри, інтегрування за Лебегом, нескінченновимірні метричні простори (банахові, гільбертові, тощо), функції комплексної змінної. Уміти досліджувати аналітичні об'єкти та використовувати їх у теоретичних та практичних задачах. Володіти методами математичного, функціонального аналізу, теорії функцій, методами математичних міркувань.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Нормовані простори, класичні теореми про лінійні оператори та функціонали

Тема 1. Нескінченновимірні лінійні простори

1. Упорядковані множини та лема Цорна.
2. Теорема існування базиса Гамеля.
3. Лінійні операції над підмножинами.
4. Лінійні оператори. Ін'єктивність і сюр'єктивність.

Тема 2. Теорема Гана-Банаха в лінійних просторах

1. Опуклі функціонали. Функціонал Мінковського.
2. Теорема Гана – Банаха в аналітичній формі.

Тема 3. Нормовані та банахові простори

1. Норма. Одинична куля. Зв'язок між одиничною кулею і нормою.
2. Простори Лебега.
3. Критерій повноти у термінах рядів. Приклади повних та неповних просторів.
4. Підпростори, фактор-простори. Теорема Ф.Риса про некомпактність одиничної кулі.

Тема 4. Неперервні оператори

1. Критерій неперервності оператора. Норма оператора та методи її обчислення.
2. Повнота простору операторів. Спряжений простір.
3. Продовження операторів по неперервності.

Тема 5. Теорема Гана-Банаха у нормованих просторах

1. Теорема Гана-Банаха про продовження та її застосування.
2. Теорема Гана-Банаха в геометричній формі.
3. Огляд теорем про загальний вигляд лінійного функціонала.

Розділ 2. Основні принципи функціонального аналізу

Тема 6. Теорема про замкнений графік

1. Відкриті відображення. Теореми Банаха про відкриті відображення та про обернений оператор.
2. Графік. Теорема Банаха про замкнений графік.

3. Доповнювані підпростори та проектори.

Тема 7. Принцип рівномірної обмеженості

1. Теорема Банаха - Штейнгауса.
2. Критерій поточної збіжності. Застосування до рядів Фур'є.

Тема 8. Гільбертові простори

1. Аксиоми. Нерівність Коши. Рівність паралелограма.
2. Відстань від точки до підпростору. Ортопроектор.
3. Загальний вигляд лінійного функціоналу у гільбертовому просторі.
4. Ортонормовані системи, ортогоналізація та ряди Фур'є.
5. Спектральна теорема для компактних самоспряжених операторів.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усьог о	у тому числі					усього	у тому числі				
л		п	ла б.	інд.	с. р.	л		п	лаб.	інд.	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Нормовані простори, Класичні теореми про лінійні оператори та функціонали.												
Тема 1. Нескінченновимірні лінійні простори	7	2	2			3						
Тема 2. Теорема Гана-Банаха в лінійних просторах	7	2	2			3						
Тема 3. Нормовані та банахові простори	14	4	4			6						
Тема 4. Неперервні оператори	16	4	4			8						
Тема 5. Теорема Гана-Банаха у нормованих просторах	16	4	4			8						
Усього за розділом 1	60	16	16			28						
Розділ 2. Основні принципи функціонального аналізу.												
Тема 6. Теорема про замкнений графік	13	4	4			5						
Тема 7. Принцип рівномірної обмеженості	13	4	4			5						
Тема 8. Гільбертові простори.	34	8	8			18						

Усього за розділом 2	60	16	16			28						
Усього годин	120	32	32			56						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Опрацювання зазначених тем та виконання домашніх завдань:	
1	Нескінченновимірні лінійні простори	2
2	Теорема Гана-Банаха в лінійних просторах	2
3	Норма. Одинична куля. Зв'язок між одиничною кулею і нормою	2
4	Приклади повних та неповних просторів	2
5	Норма оператора та методи її обчислення	2
6	Спряжений простір	2
7	Теорема Гана - Банаха у нормованих просторах	2
8	Приклади застосування теореми Гана - Банаха	2
9	Теорема Банаха про замкнений графік	2
10	Доповнювані підпростори та проектори	2
11	Принцип рівномірної обмеженості	2
12	Поточкова (слабка) збіжність послідовності функціоналів	2
13	Гільбертові простори. Скалярний добуток	2
14	Відстань від точки до підпростору	2
15	Ортонормовані системи, ортогоналізація	2
16	Контрольна робота	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Опрацювання зазначених тем та виконання домашніх завдань:	
1	Нескінченновимірні лінійні простори. (Домашнє завдання)	5
2	Теорема Гана-Банаха в лінійних просторах. (Домашнє завдання)	5
3	Нормовані та банахові простори. (Домашнє завдання)	5
4	Неперервні оператори. (Домашнє завдання)	5
5	Теорема Гана - Банаха у нормованих просторах.	5
6	Теорема про замкнений графік. (Домашнє завдання)	5
7	Принцип рівномірної обмеженості. (Домашнє завдання)	5
8	Гільбертові простори (Опрацювання теоретичного матеріалу з використанням конспекту)	8
9	Виконання розрахунково-графічної роботи	13
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Розрахунково-графічні роботи (1).

7. Методи навчання

Основний метод навчання - лекція. Розкриваються принципові та найбільш важливі аспекти визначених тем із застосуванням мультимедійних засобів навчання. Для закріплення матеріалу використовується метод самостійної роботи.

8. Методи контролю

- 1) поточний семестровий: контрольна робота (1), розрахунково-графічна робота (1);
- 2) підсумковий екзамен.

9. Схема нарахування балів

Контрольна робота	Розрахунково-графічна робота	Разом	Екзамен	Сума
30	30	60	40	100

Критерії оцінювання контрольної та розрахунково-графічної роботи

Бездоганно виконане завдання оцінюється у 30 балів. Якщо при вирішенні завдання допущено одну несуттєву помилку – задача оцінюється у 27-28 балів. Якщо студентом допущено 2 несуттєвих помилки, але рішення у цілому було логічно правильним – 25 балів. При вирішенні завдання допущено 1 логічну помилку, яка несуттєво вплинула на остаточний результат – оцінка 23 бали. Завдання у цілому вирішувалась правильно, але було допущено 2 логічних помилки, відповідь завдання отримана (з урахуванням допущених помилок) – задача оцінюється у 20 балів. Студент правильно використовує теоретичний матеріал, хід виконання завдання у цілому правильний, задача майже виконана, але не отримана остаточна відповідь – 17 балів. Студент знає, які теоретичні знання необхідні для вирішення завдання, більшість з них правильно використовує, у цілому розуміє хід рішення завдання, але припускається логічних помилок, остаточна відповідь не отримана – 15 балів. Студент правильно вирішує окремі частини завдання, деякі з них правильно логічно пов'язує, правильно використовує теоретичні знання – 12 балів. Студент знає теорію частково, правильно їх використовує, але не до кінця розуміє логіку вирішення завдання – 10 балів. Окремі частини завдання вирішені правильно, але студент логічно їх не пов'язує – 8 балів. Студент знає теорію частково, невірно застосовує її знання для вирішення практичного завдання – 5 балів. Студент частково продемонстрував лише знання теоретичного матеріалу – 3 бали.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.

70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 –69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для чотирирівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

10. Рекомендована література

Основна література

Основна література

1. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. Підручник. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2012. – 590 с. – (Серія “Університетська бібліотека”).

Допоміжна література

1. Банах С., Курс функціонального аналізу, Київ, «Наукова думка», 1948.
2. Kolmogorov A. N. and Fomin S. V., Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis, Martino Fine Books (May 8 2012)
3. Liusternik L. A. (Author), Sobolev V. J. (Author) Elements of Functional Analysis,

Frederick Ungar Publishing Co; 1st Edition (January 1, 1961)

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. http://page.mi.fu-berlin.de/werner99/kadetsbook/Kadets_Functional_Analysis.pdf
<https://www.springer.com/us/book/9783319920030>