

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра **фундаментальної математики**

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декаан факультету
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

“30” 2023 р.



Робоча програма навчальної дисципліни

Динамічні системи

рівень вищої освіти **бакалавр**

галузь знань **11 – Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика,**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2023/2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

29 серпня 2023 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Фастовська Тамара Борисівна, к. ф.-м. н.,
доцент кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
протокол від 28 серпня 2023 року № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика».

Гарант освітньої (професійної)
програми



Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і
інформатики
протокол від 29 серпня 2023 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Ольга АНОЩЕНКО

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Динамічні системи**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр спеціальності 111 – Математика**, освітня програма «**Математика**»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета курсу полягає у навчанні майбутніх спеціалістів основам теорії динамічних систем.

1.2. Завдання курсу полягає у набутті навичок застосування теорії динамічних систем до диференціальних рівнянь.

1.3. Кількість кредитів – **4**

1.4. Загальна кількість годин – **120**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
5-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання:

знати:

- основні поняття теорії динамічних систем.

уміти:

-використовувати теорію динамічних систем у теорії диференціальних рівнянь.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Основні поняття теорії динамічних систем.

Тема 1. Поняття динамічної системи .

Неперервні та дискретні динамічні системи. Приклади динамічних систем.

Тема 2. Траєкторії та інваріантні множини.

Траєкторії та півтраєкторії. Стационарні точки. Додатно інваріантні, від'ємно інваріантні, інваріантні множини та їх властивості. Омега- та альфа-граничні множини та їх властивості. Граничні властивості індивідуальних траєкторій, стійкість за Лагранжем та Пуассоном. Рекурентні властивості траєкторій. Центри притягання. Майже рекурентні та рекурентні траєкторії. Мінімальні множини та теорема Біркгофа. Майже періодичні траєкторії. Стійкість за Ляпуновим.

Тема 3. Фазові портрети динамічних систем та теорія біфуркацій.

Одновимірні неперервні системи. Двовимірні динамічні системи, теорія Пуанкаре-Бендіксона. Фазові портрети одновимірних та двовимірних систем. Класифікація стационарних точок. Біфуркації. Приклади.

Тема 4. Дисипативність динамічних систем.

Поглинаючі множини. Радіус дисипативності. Достатні умови дисипативності.

Тема 5. Асимптотична компактність та асимптотична гладкість.

Поняття асимптотичної компактності та асимптотичної гладкості. Міра некомпактності Куратовського та її властивості. Критерій асимптотичної компактності та асимптотичної гладкості.

Тема 6. Атрактори динамічних систем.

Глобальний атрактор. Глобальний мінімальний атрактор. Теореми існування та основні властивості атракторів. Стійкість за параметрами та принцип редукції.

Тема 7. Градієнтні системи.

Функція Ляпунова. Поняття градієнтної системи. Геометрична структура атракторів. Теореми існування атракторів для градієнтних систем.

Тема 8. Розмірність атракторів.

Фрактальна та хаусдорфова розмірність атракторів. Критерії скінченновимірності атракторів.

3. Структура навчальної дисципліни

	денна форма						заочна форма					
	усь го	у тому числі					ус ь го	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд	с. р.		л	п	л а б.	ін д.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 0	1 1	1 2	13
Розділ 1. Основні поняття теорії динамічних систем												
Тема 1. <i>Поняття динамічної системи .</i> Неперервні та дискретні динамічні системи. Приклади динамічних систем.	8	2*	2*			4						
Тема 2. <i>Траєкторії та інваріантні множини.</i>	20	6*	6*			10						

Траєкторії та півтраєкторії. Стаціонарні точки. Додатно інваріантні, від'ємно інваріантні, інваріантні множини та їх властивості. Омега- та альфа-граничні множини та їх властивості. Граничні властивості індивідуальних траєкторій, стійкість за Лагранжем та Пуассоном. Рекурентні властивості траєкторій. Центри притягання. Майже рекурентні та рекурентні траєкторії. Мінімальні множини та теорема Біркгофа. Майже періодичні траєкторії. Стійкість за Ляпуновим.											
Тема 3. <i>Фазові портрети динамічних систем та теорія біфуркацій.</i> Одновимірні неперервні системи. Двовимірні динамічні системи, теорія Пуанкаре-Бендіксона. Фазові портрети одновимірних та двовимірних систем. Класифікація стаціонарних точок. Біфуркації. Приклади.	20	6*	6*			10					
Тема 4. <i>Дисипативність динамічних систем.</i> Поглинаючі множини. Радіус дисипативності. Достатні умови дисипативності.	16	4*	4*			8					
Тема 5. <i>Асимптотична компактність та асимптотична гладкість.</i> Поняття асимптотичної компактності та асимптотичної гладкості. Міра некомпактності Куратовського та її властивості. Критерій асимптотичної компактності та асимптотичної гладкості.	16	4*	4*			6					
Тема 6. <i>Атрактори динамічних систем.</i> Глобальний атрактор. Глобальний мінімальний атрактор. Теореми існування та основні властивості атракторів. Стійкість за параметрами та принцип редуції.	16	4*	4*			6					
Тема 7. <i>Градентні системи.</i>	16	4*	4*			6					

Функція Ляпунова. Поняття градієнтної системи. Геометрична структура атракторів. Теорема існування атракторів для градієнтних систем.												
Тема 8. <i>Розмірність атракторів.</i> Фрактальна та хаусдорфова розмірність атракторів. Критерії скінченновимірності атракторів.	10	2*	2*			6						
Усього годин	120	32*	32*			56						

)* Викладаються дистанційно, на платформі ZOOM

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Неперервні та дискретні динамічні системи.	2
2	Додатно інваріантні, від'ємно інваріантні, інваріантні множини та їх властивості. Омега- та альфа-граничні множини та їх властивості. Траєкторії та їх властивості	6
3	Фазові портрети систем. Класифікація стаціонарних точок. Біфуркації.	6
4	Дисипативність динамічних систем.	4
5	Асимптотична компактність та асимптотична гладкість.	4
6	Атрактори динамічних систем.	4
7	Градієнтні системи.	4
8	Розмірність атракторів\ Контрольна робота.	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Опрацювання матеріалу за відповідними темами:	
1	Приклади динамічних систем.	4
2	Омега- та альфа-граничні множини та їх властивості. Граничні властивості індивідуальних траєкторій. Рекурентні властивості траєкторій. Центри притягання. Майже періодичні траєкторії. Стійкість за Ляпуновим.	10
3	Одновимірні неперервні системи. Двовимірні динамічні системи, теорія Пуанкаре-Бендіксона. Фазові портрети одновимірних та двовимірних систем. Класифікація стаціонарних точок. Біфуркації. Приклади.	10
4	Достатні умови дисипативності.	8
5	Поняття асимптотичної компактності та асимптотичної гладкості. Міра некомпактності Куратовського та її властивості. Критерій асимптотичної компактності та асимптотичної гладкості.	6
6	Глобальний атрактор. Глобальний мінімальний атрактор. Теорема існування та основні властивості атракторів. Стійкість за параметрами та принцип редукції.	6

7	Функція Ляпунова. Поняття градієнтної системи. Геометрична структура атракторів. Теореми існування атракторів для градієнтних систем.	6
8	Фрактальна та хаусдорфова розмірність атракторів. Критерії скінченновимірності атракторів.	2
9	Підготовка до екзамену (заліку)	4
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені планом

7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна)

8. Методи контролю

- контрольна робота.
- залік (за вибором студента).

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання											
Розділ 1								Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом	Залік	Сума
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	20	60	40	100
5	5	5	5	5	5	5	5				

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість

		виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 –69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

10. Рекомендована література

Основна література

1. Chueshov I., Dynamics of quasi-stable dissipative systems, New York, Heidelberg, Berlin etc. : Springer, 2015.

Допоміжна література

1. Robinson J.C., Cambridge Texts in Applied Mathematics: Infinite-Dimensional Dynamical Systems: An Introduction to Dissipative Parabolic PDEs and the Theory of Global Attractors, Cambridge University Press, 2001.
2. Temam R., Infinite-dimensional dynamical systems in mechanics and physics, New York, Berlin, Heidelberg etc. : Springer, 1988.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. www-library.univer.kharkov.ua
2. <http://puremath.univer.kharkov.ua/~Fastovskaya>